# Simulation und Implementation eines Audio Interface in Wellenfeldsynthese

# Diplomarbeit

durchgeführt von

# **Michael Strauß**

am

Institut für Elektronische Musik und Akustik an der Universität für Musik und Darstellende Kunst in Graz

Betreuer: o.Univ. Prof. Mag. DI Dr.techn. Robert Höldrich Univ. Ass. DI Alois Sontacchi

Graz, im September 2002

Meinen Eltern gewidmet

# Danksagung

An dieser Stelle danke ich im Besonderen meinen Eltern, die mir mein Studium ermöglichten.

Großer Dank gilt meinem Betreuer Univ. Ass. DI Alois Sontacchi und dem Begutachter, o.Univ. Prof. Mag. DI Dr.techn. Robert Höldrich, für die zahlreichen fachlichen Anregungen und die kompetente Hilfestellung beim Verfassen dieser Arbeit.

Weiters danke ich den Mitarbeitenden des Instituts für Elektronische Musik und Akustik für das äußert gute Arbeitsklima, speziell Thomas Musil, der mit Witz, Einfallsreichtum und "Know-How" zur Seite stand.

Meiner Verlobten Judith danke ich für Ihre Unterstützung, die mir Kraft und Zuversicht gibt.

Michael Strauß Graz, im September 2002

## Kurzfassung

In dieser Arbeit wird eine Applikation beschrieben, die es Bildschirmbenutzern ermöglicht, ohne den Gebrauch von Kopfhörern in ein dreidimensionales Schallfeld einzutauchen. Die Berechnung der Wiedergabesignale erfolgt durch Kombination der Wellenfeldsynthese mit verschiedenen Gewichtungsmethoden. Der entscheidende Vorteil gegenüber herkömmlichen Lautsprecher-Konfigurationen (Stereo, Surround) liegt in der Lösung vom "sweet spot", denn die Lokalisation der von einem holophonen System abgebildeten Quellen ergibt sich auf natürliche Art durch Beugung des Schalls um den Kopf. Da bei lautsprecherbasierten Methoden die rechenintensive Anpassung an die kopfbezogenen Übertagungsfunktionen (HRTF's) entfällt, liefert ein PC ausreichende Leistung zur Berechnung der Gewichte in Echtzeit. Der Algorithmus dazu ist in der grafischen Programmiersprache Pure Data implementiert. Für das Design der Hardware notwendige theoretische Informationen über Anordnungen, Abstrahlverhalten, Bandbreite von Lautsprecher-Arrays liefert die Simulation der Ausbreitung von Schallfeldern in MATLAB. Neben numerischen Ergebnissen bietet das Simulationsprogramm auch grafische Methoden zur Beurteilung der Qualität des reproduzierten Schallfeldes.

## Abstract

The aim of this thesis is to develop an immersive audio environment for desktop applications without using headphones. Loudspeaker signals are derived by combining the holopgraphic approach (wave field synthesis) with various panning laws. This reproduction technique has no "sweet spot" like conventional stereo or surround setups. Localisation of virtual sources occurs naturally by diffracting waves around the listeners head. The user faces highest possible freedom of movement. For loudspeaker based approaches individual head related transfer functions (HRTF's) don't have to be taken into account. Any state of the art PC running Pure Data delivers enough performance for real time calculation of the speaker signals. A simulation environment in MATLAB has been implemented to obtain theoretical information that depend on the design of a prototype like spatial radiation and bandwidth of speaker arrrays. Beside numerical results, the quality of the synthesized wave field can be evaluated graphically.

# Inhaltsverzeichnis

1	Ein	Einführung				
	1.1	Was ist ein Audio Interface?				
		1.1.1	Allgemeines	1		
		1.1.2	Begriffe	2		
	1.2	Kapite	elübersicht	3		
2	Konventionen und Grundlagen					
	2.1	Konventionen				
		2.1.1	Darstellung Sinusförmiger Größen	4		
		2.1.2	Koordinatensysteme	5		
	2.2	Grundlagen der Schallwellenausbreitung		5		
		2.2.1	Ebene Wellenausbreitung	6		
		2.2.2	Sphärische Wellenausbreitung	7		
		2.2.3	Zylindrische Wellenausbreitung	8		
	2.3	3 Zweidimensionale Fouriertransformation				
	2.4	Grund	11			
		2.4.1	Apertur	11		
		2.4.2	Das Richtdiagramm im Fernfeld (Directivity Pattern)	13		
		2.4.3	Das Richtdiagramm im Nahfeld	17		
3	La	Lautsprecherarrays				
	3.1	Allgemeines				
		3.1.1	Produkttheorem für das Richtdiagramm	19		
		3.1.2	Räumliche Unterabtastung (Grating Lobes)	20		
	3.2	Komp	Komplexe Gewichtung von Arrays			
		3.2.1	Reelle Amplitudenbelegung	21		
		3.2.2	Lineare Phasenbelegung (Beam Steering)	22		
		3.2.3	Quadratische Phasenbelegung (Beam Steering & Focusing)	23		
4	Holophonie und Wellenfeldsynthese					
	4.1	Der Holografische Ansatz in der Akustik				
		4.1.1	Huygen-Fresnel'sches Prinzip	26		
		4.1.2	Kirchhoff-Helmholtz Integral	27		
		4.1.3	Rayleigh Integrale	28		

	4.2	Theor	ie der Wellenfeldsynthese	30		
		4.2.1	Syntheseoperatoren	.31		
		4.2.2	Artetakte aurch endliche Abmessungen	39		
		4.2.3		41		
	4.3	Praktis	sches Konzept der Wellenfeldsynthese	43		
		4.3.1	I rennung der Schallfeldanteile	.43		
		4.3.Z	Detenbasierter Ansatz ( data based approach )	.44 15		
		4.3.4	Wiedergabemethoden	.46		
5	Sin	nulati	on von Schallfeldern	48		
•	5.1	Konze	ept der Simulationssoftware	49		
	••••	5.1.1	Konfiguration	.49		
		5.1.2	Preprocessing (Gewichtungskoeffizienten)	51		
		5.1.3	Solver (Messverfahren)	53		
		5.1.4	Postprocessor (Darstellung)	54		
	5.2	Objek	tive Bewertung des simulierten Schallfeldes	56		
		5.2.1	Allgemeines	56		
		5.2.2	Bewertung der Schalldruckverteilung	57		
		5.2.3	Beispiele	58		
6	Implementation eines Audio Interface					
	6.1	Hardw	/are	65		
	6.2	Softwa	Software			
	6.3	Möglic	che Betriebsarten des Prototyps	68		
		6.3.1	Ein horizontales Linienarray	68		
		6.3.2	Zwei horizontale Linienarrays	69		
		6.3.3	Gesamter Rahmen mit 4 Arrays	71		
		6.3.4	Beispiele	72		
7	Ausblick					
Anhang A – Simulationsoftware in MATLAB						
ا بم ا	ichnic der CD DOM	00				
Innaitsverzeichnis der CD-ROM						
Literaturverzeichnis						

# 1 Einführung

## 1.1 Was ist ein Audio Interface?

### 1.1.1 Allgemeines

Zahlreiche Applikationen immersiver<sup>1</sup> Audiosysteme sind zur Zeit in Entwicklung [25] [39]. Ziele sind die bedienungsfreundlichere Gestaltung von Anwendungen im Alltag unter Einbeziehung von Benutzern mit körperlichen Einschränkungen, aber auch eine umfassendere Informationsvermittlung im Hinblick auf Applikationen für Forschung und Entwicklung. Prinzipelle Funktionen dieser Systeme sind die Synthetisierung, Manipulation und Wiedergabe von Schallfeldern in Echtzeit. Multimediasysteme kombinieren digitale Audiound Videowiedergabe, Computeranimationen, Text und Graphik.

Ins Auge gefasste Anwendungsbereiche sind unter anderem Videokonferenzsysteme, verbesserte und virtuelle Realität für Anwendungen in Industrie, Forschung und Unterhaltung, Luftraumüberwachung, Leitsysteme, Hilfestellungen für visuell eingeschränkte Personen, Fernunterricht per Internet, sowie professioneller Bild- und Tonschnitt für Film und Fernsehen.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Immersion = Eintauchen, Untertauchen, Vertiefung

### 1.1.2 Begriffe

#### **Auditory Cues**

Die Einbeziehung der Wahrnehmungskapazität des menschlichen Gehörs in die Mensch-Maschine-Kommunikation setzt bisher vernachlässigte Ressourcen für den Informationsaustausch frei [14]. Während der Sehsinn vordergründig präsente Informationen liefert, solange bis man die Augen schließt, kann das Gehör zur Vermittlung von Hintergrundoder Zusatzinformationen genutzt werden [32]. Die Palette möglicher Faktoren für eine multidimensionale Ausweitung des Wahrnehmungsraums umfasst Tonhöhe, Lautstärke, rhythmische Muster, spektrale Klangfärbung und Richtungsinformation in Verbindung mit verschiedenen psychoakustischen Effekten (z.B. Cocktail Party Effekt [1]).

#### Audiovisuelle Interfaces

Im Bereich der Kommunikationstechnik werden Bild- und Tondaten zunehmend gemeinsam wiedergegeben. Visuelle Informationen spielen eine wichtige Rolle bei der Lokalisation von Schallereignissen. Stimmen die optischen Reize mit den akustischen nicht überein, hat diese kognitive Dissonanz äußerst störenden Einfluss auf den Gesamteindruck [12]. Geübte Personen können in der Horizontalebene laterale Abweichungen zwischen gesehenem und gehörtem Bild von bis zu 4° erkennen [28].

#### **Auditory Displays**

Auditory Displays dienen zur Interpretation von Daten als Klangereignis. Töne werden mit Tabelleninhalten, Grafiken, Algorithmen und Ähnlichem assoziiert [2]. Speziell bei der Aufbereitung komplexer Datenstrukturen (Seismik, Medizin, ...) stoßen herkömmliche grafische Darstellungsmethoden an die Wahrnehmungs- und Verarbeitungsgrenzen des Sehsinns. Die Repräsentation solcher Daten sollte das volle Potential der menschlichen Wahrnehmung ausreizen [13]. Mit Hilfe von Earcons<sup>2</sup>, dem auditiven Äquivalent zu Icons, können hörbare Informationen abstrahiert dargestellt werden.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Die Verwendung akustischer Kurzinformationen ist keine Neuerfindung, man denke an Kirchenglocken oder Posthörner. Trotzdem ist das Design unverkennbarer, informativer Earcons nicht ohne die Verknüpfung von Psychoakustik, Informationstheorie und der angrenzenden wissenschaftlichen Disziplinen denkbar.

# 1.2 Kapitelübersicht

Zu Beginn bietet Kapitel 2 eine Zusammenstellung der theoretischen Fakten der diese Arbeit betreffenden Themengebiete. Es wird ein Einblick in die Grundlagen der Schallausbreitung gegeben. Die zweidimensionale Fouriertransformation wird als Werkzeug zur räumlichen und zeitlichen Untersuchung von Wellenausbreitungsvorgängen vorgestellt. Der letzte Abschnitt liefert grundlegende Informationen zur Beschreibung des Schallfeldes von Aperturen.

Im Kapitel 3 stehen diskrete Anordnungen von Lautsprechern (Arrays) im Vordergrund. Ein wichtiger Konstruktionsparameter ist der Abstand zwischen den einzelnen Elementen. Er muss im Verhältnis zur Wellenlänge des Wiedergabesignals klein genug angenommen werden, um räumliches Aliasing zu verhindern. Die Wahl der komplexen Gewichte eines Arrays bestimmt dessen Abstrahlverhalten und ermöglicht bei geeigneter Abstimmung die Nachbildung der Wellenfronten eines natürlichen Schallfeldes.

Kapitel 4 beschäftigt sich mit der Wellenfeldsynthese (WFS) als Umsetzung des Holografischen Ansatzes in der Akustik. Ausgehend vom Kirchhoff-Helmholtz Integral wird die Entwicklung von WFS-Syntheseoperatoren für verschiedene Lautsprecheranordnungen gezeigt. Mit der Vorstellung des praktischen Konzepts der WFS wird auch ein Rundblick über die Einsatzmöglichkeiten dieser Wiedergabemethode gegeben.

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte MATLAB-Programm zur Simulation von Schallfeldern wird im Kapitel 5 vorgestellt. Damit ist die dreidimensionale Berechnung des Schallfeldes beliebiger Arrays möglich. In der Testumgebung können schon vor der Erstellung eines Prototyps wichtige Aussagen über die Qualität des reproduzierten Schallfeldes getroffen werden. Verschiedene anschauliche Darstellungsarten sowie die objektive Berechnung des Synthesefehlers ermöglichen eine Analyse der Datensätze.

Kapitel 6 dokumentiert die Entwicklung eines Audio Interface für Bildschirmbenutzer. Die komplexen Gewichte der Lautsprecher werden mit der Real-Time-Software "Pure Data" berechnet. Verschiedene Möglichkeiten zum Betrieb der Anordnung werden aufgezeigt.

Die beigelegte CD-ROM enthält alle entwickelten Softwareteile, Messdaten zur Abstrahlcharakteristik des Prototyps und mit der Simulationssoftware berechnete Beispiele.

# 2 Konventionen und Grundlagen

# 2.1 Konventionen

Zur Darstellung und Beschreibung physikalischer Phänomene bieten Mathematik und Geometrie vielfältige Methoden. Um die Klarheit und Unmissverständlichkeit der in dieser Arbeit getroffenen Aussagen zu fördern, werden vorab einige Konventionen getroffen.

## 2.1.1 Darstellung Sinusförmiger Größen

Für harmonisch zeitveränderliche Größen mit der Winkelgeschwindigkeit w, der Amplitude  $\hat{x}$  und der Zeitvariablen *t* werden folgende Schreibweisen verwendet:

Komplexe Standardform

$$\underline{x} = \hat{x} \exp[j(\omega t + \varphi_x)] \qquad \text{mit } \varphi_x \dots \text{Nullphasenwinkel}$$
(2.1)

Reelle Standardform

$$x = \hat{x}\cos(\omega t + \varphi_x) = Re\{\underline{x}\}$$
(2.2)

### 2.1.2 Koordinatensysteme



Vektoren und Matrizen werden in Fettdruck geschrieben, z.B: r, A

Die Projektionen von Vektoren bezüglich der Koordinatenachsen (Richtungscosinus) lauten

$$u = \cos(\mathbf{e}_{x}, \mathbf{r}) = \cos \mathbf{a} = \frac{r_{x}}{|\mathbf{r}|} = \frac{x}{r} = \sin q \cos y$$

$$v = \cos(\mathbf{e}_{y}, \mathbf{r}) = \cos \mathbf{b} = \frac{r_{y}}{|\mathbf{r}|} = \frac{y}{r} = \sin q \sin y$$

$$w = \cos(\mathbf{e}_{z}, \mathbf{r}) = \cos g = \frac{r_{z}}{|\mathbf{r}|} = \frac{z}{r} = \cos q$$

$$u^{2} + v^{2} + w^{2} = 1$$
(2.3)

wobei gilt:

## 2.2 Grundlagen der Schallwellenausbreitung

Da über die Ausbreitung von Schallwellen ausführliche Literatur zur Verfügung steht, wird hier nur ein kurzer Überblick der in dieser Arbeit angesprochenen Größen und Zusammenhänge gegeben. Betrachtet wird ausschließlich die lineare<sup>3</sup> Schallausbreitung unter Freifeldbedingungen, allgemein beschreibbar durch homogene lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung der Form

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Ist die Amplitude des Schalldrucks wesentlich geringer als der Umgebungsdruck, kann der Einfluss auf Normaldruck, Normaldichte und Normaltemperatur des Mediums vernachlässigt werden. In z.B. Luft gilt:

 $p_0{=}1{,}013{*}10^5\ Pa{\,}...\ Normaldruck,\ \rho_0{=}1{,}29\ kg/m^3{\,}...\ Normaldichte,\ \vartheta_0{=}20^\circ C{\,}...\ Normaltemperatur,$ 

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right) \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad \mathbf{b}\mathbf{z}\mathbf{w}. \quad \partial_t^2 \mathbf{f} = \mathbf{c}^2 \Delta \mathbf{f} \quad , \tag{2.4}$$

wobei *c* für die Schallgeschwindigkeit steht und durch die zeit- und ortsabhängige Funktion f=F(t,r) verschiedene Kenngrößen des Schallfeldes dargestellt werden können. Als Abkürzung wurde  $\partial_t^2 = \partial^2/\partial t^2$  eingeführt. Neben der Wellengleichung für den skalaren Schalldruck *p* 

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right) p = 0 \quad bzw. \quad \partial_t^2 p = c^2 \Delta p \tag{2.5}$$

kann mit dem Zusammenhang über die Bewegungsgleichung

$$-\nabla \boldsymbol{p} = \boldsymbol{r}_0 \partial_t \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{b} \boldsymbol{z} \boldsymbol{w}. \quad \nabla \boldsymbol{p} = -j \boldsymbol{w} \boldsymbol{r}_0 \boldsymbol{v}$$
(2.6)

auch eine Wellengleichung für die vektorielle Schallschnelle  $\mathbf{v}$  angegeben werden.

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right) \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad \mathbf{b}\mathbf{z}\mathbf{w}. \quad \partial_t^2 \mathbf{v} = \mathbf{c}^2 \Delta \mathbf{v} \quad .$$
(2.7)

Die Wahl des Koordinatensystems zur Behandlung einer akustischen Problemstellung hängt von deren geometrischen Gegebenheiten und Randbedingungen ab. Für geometrisch einfach beschreibbare Aufgabenstellungen existieren exakte Lösungen der Wellengleichung.

### 2.2.1 Ebene Wellenausbreitung

Betrachtet man reflexionsfreie Schallausbreitung im karthesischen Koordinatensystem entlang einer einzigen Dimension (eindimensionale Problemstellung), erhält man die spezielle Lösung der Wellengleichung (Gl. 2.5) für ebene Wellen.

$$\underline{p}(x,t) = \underline{A} \exp[-j(kx - \omega t)] = A \exp[-j(kx - \omega t + \varphi_A)]$$
(2.8)

Darin ist k = 2p/l = w/c die Wellenzahl und  $\underline{A} = A \exp(j\varphi_A)$  die harmonische Druckamplitude in der komplexen Standardform (Gl. 2.1). Die Verknüpfung über die eindimensionale Bewegungsgleichung  $r\partial_t v_x = -\partial_x p$  führt auf die komplexe Schallschnelle  $\underline{v}$ 

$$\underline{\mathbf{v}}_{x}(x,t) = \frac{\underline{p}}{\mathbf{r}\mathbf{c}} \mathbf{e}_{x} = \frac{\underline{p}}{Z} \mathbf{e}_{x}$$
(2.9)

Die Schallkennimpedanz Z=rc ist eine vom Medium abhängige Größe. Druck p und Schallschnelle  $\underline{v}$  sind in Phase, da im Fall der ebenen Wellenausbreitung Z eine reelle Proportionalitätskonstante darstellt.

Institut für Elektronische Musik und Akustik

Ist die Ausbreitungsrichtung der ebenen Welle nicht parallel zu einer der Hauptachsen, muss statt der Wellenzahl k ein dreidimensionaler Wellenvektor k berücksichtigt werden.

$$\boldsymbol{k} = k_x \boldsymbol{e}_x + k_y \boldsymbol{e}_y + k_z \boldsymbol{e}_z = k \cos a \boldsymbol{e}_x + k \cos b \boldsymbol{e}_y + k \cos g \boldsymbol{e}_z$$
(2.10)

Z.B. für die Komponente der Schallwelle in x-Richtung ändert sich dadurch in Gleichung 2.8 die Wellenzahl k in  $k_x$ , den Richtungscosinus des Wellenvektors k entlang der x-Achse.

### 2.2.2 Sphärische Wellenausbreitung

Wird als Schallquelle eine Punktquelle, auch Kugelschallquelle oder Kugelstrahler genannt, angenommen, erfolgt die Darstellung des dreidimensionalen Problems im Kugelkoordinatensystem. Als Lösung der Wellengleichung des Drucks *p* (Gl. 2.5) erhält man

$$\underline{p}(\mathbf{r},t) = \frac{\underline{A}}{r} \exp[-j(kr - wt)] = \frac{\underline{A}}{r} \exp[-j(kr - wt + \mathbf{j}_{A})] . \qquad (2.11)$$

Der Schalldruck *p* entlang einer Kugeloberfläche ist konstant und somit nur von *r*, nicht aber von *J* und *j* abhängig. Über die Bewegungsgleichung  $\rho_0 \partial_t v_r = -\partial_r p$  erhält man nun

$$\underline{\mathbf{v}}_{r}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{rc} \frac{A}{r} \exp\left[-j(kr - wt + \mathbf{j}_{A})\right] \mathbf{e}_{r} - j\frac{1}{rc} \frac{A}{kr^{2}} \exp\left[-j(kr - wt + \mathbf{j}_{A})\right] \mathbf{e}_{r}$$
(2.12)

als Ausdruck für die komplexe Schallschnelle  $\underline{v}_r$ , wobei  $kr = kr^T$ . Die Proportionalität von Druck und Schnelle durch die Schallfeldimpedanz  $\underline{Z} = \rho c/(1+1/jkr)$  ist nun komplexer Natur. Während die Amplitude des Schalldrucks proportional 1/r gedämpft wird, muss man für Aussagen über das Verhalten der Schallschnelle zwei Fallunterscheidungen durchführen.

#### Fernfeld von Kugelstrahlern

Der zweite Term in Gleichung 2.12 verschwindet für Werte kr >> 1. Somit sind in unendlicher Entfernung Schalldruck und Schallschnelle in Phase. Im Gegensatz zur ebenen Wellenausbreitung besteht aber trotzdem eine Abnahme der Amplitude mit 1/r.

#### Nahfeld von Kugelstrahlern

Für Werte kr <<1 wird der erste Term in Gleichung 2.12 vernachlässigbar klein. Die Phasendifferenz zwischen Schalldruck und Schallschnelle wächst bis auf 90° an. Die Dämpfung der Amplitude der Schallschnelle<sup>4</sup> ist proportional  $1/r^2$ .

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Aus der Aufnahmetechnik ist dieses Phänomen bei Schnellemikrofonen als Nahbesprechungseffekt bekannt.

#### Monopol –und Dipolstrahler

Die Gleichungen 2.11 und 2.12 beziehen sich auf Monopolquellen, auch omnidirektionale Quellen genannt. Deren Oberfläche schwingt radial in Phase. Ordnet man zwei solcher Punktquellen dicht nebeneinander an und lässt sie gegenphasig schwingen, erhält man eine Punktquelle mit Dipolcharakteristik. Das Druckfeld eines Dipolstrahlers ist definiert durch

$$\underline{p}(\mathbf{r},t) = \mathbf{A} \frac{1+jkr}{r^2} \exp\left[-j(kr - \mathbf{w}t + \mathbf{j}_A)\right] .$$
(2.13)

Im Fernfeld wird die Richtungsabhängigkeit der Druckamplitude proportional cos(f)

$$\underline{p}(\mathbf{r},t) = jk \frac{A}{r} \exp[-j(kr - wt + \mathbf{j}_{A})]\cos(\mathbf{f}) \text{ für } k\mathbf{r} \gg 1.$$
(2.14)

### 2.2.3 Zylindrische Wellenausbreitung

Aus praktischen Gründen reduziert man die Ausbreitung von Schallwellen oft auf zwei Dimensionen (ebene Problemstellungen<sup>5</sup>). Es ist wichtig, zu realisieren, dass in einer zweidimensionalen Welt keine Punktquellen existieren. Diese werden durch vertikale Linienquellen ersetzt. Die Lösung der Wellengleichung (Gl. 2.5) für den Schalldruck p in Zylinderkoordinaten führt auf eine Hankelfunktion nullter Ordnung zweiter Art [3]. Deren Näherung im Fernfeld (Gl. 2.15) zeigt eine Dämpfung der Druckamplitude proportional  $1/\sqrt{r}$ .

$$\underline{p}(\mathbf{r},t) = \sqrt{2p} \frac{A}{\sqrt{kr}} \exp\left[-j\left(kr + \frac{p}{4} + j_A\right)\right] \text{ für } kr \gg 1.$$
(2.15)

Mit der Beziehung über die Bewegungsgleichung  $-\partial_{\rho} \boldsymbol{p} = \boldsymbol{j} \omega \rho_0 \boldsymbol{v}_{\rho}$ , kann für die vektorielle Schallschnelle  $\boldsymbol{v}$  folgende Gleichung, ebenfalls nur im Fernfeld gültig, angegeben werden:

$$\underline{\mathbf{v}}(\mathbf{r},\mathbf{w}) = \frac{\sqrt{2\mathbf{p}}}{r_0 c} \frac{A}{\sqrt{k\mathbf{r}}} \exp\left[-j\left(k\mathbf{r} + \frac{\mathbf{p}}{4} + j_A\right)\right] \mathbf{e}_r \quad \text{für } k\mathbf{r} \gg 1$$
(2.16)

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Z.B. in der Seismik oder bei der Umsetzung des Holophonischen Ansatzes für ebene Konfigurationen.

# 2.3 Zweidimensionale Fouriertransformation<sup>6</sup>

Die zweidimensionale Fouriertransformation ist ein nützliches Werkzeug zur Analyse von Schwingungsvorgängen in Zeit und Raum. Bei der Fouriertransformation vom Zeit- in den Frequenzbereich ist *t* die Integrationsvariable und *x* ein Parameter. Mit w = 2pf schreibt man

$$F(x,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,t) exp(-j\omega t) dt . \qquad (2.17)$$

Nun führt man eine zweite Transformation, diesmal mit der räumlichen Position x als Integrationsvariable und w als Parameter durch und erhält die 2D-Fouriertransformierte zu

$$\widetilde{F}(k_x, w) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x, w) exp(+jk_x x) dx. \qquad (2.18)$$

Bei der zeitlichen Fouriertransformation ändert man die Schreibweise der Zeitvariablen *t* oft in eine Distanzvariable *z*=*ct*. Analog dazu führt man die Abwandlung der Frequenzvariable  $\omega$ bei der räumlichen Fouriertransformation in  $k = \omega/c$  durch. Die so erhaltene  $k_x$ -*k* Domäne dient als Darstellungsebene zur Beobachtung von Wellenausbreitungsvorgängen.



Abbildung 2.2:

- a) Ausbreitung einer ebenen Welle unter dem Winkel q mit der x-Achse
- b) Darstellung in der x-t Domäne des an der Linie z=z0 aufgenommenen zeitlichen Schalldruckverlaufs
- c) Das  $k_x$ -k Diagramm zeigt die Amplitude des räumlichen Spektrums, wobei  $k_x = k \sin(q) = k \sin(b)$ .

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Kapitel 2.3 folgt im Wesentlichen [3]

#### **Räumliches Aliasing**

Wenn f(x,t) eine räumlich diskrete Funktion mit dem Abtastintervall **D**x ist,

$$f_{\Delta x}(x,t) = f(x,t) \left[ \Delta x \sum_{m} \delta(x - m \Delta x) \right]$$
(2.19)

dann ist die Fouriertransformierte  $F_{\rho}$  von  $f_{\Delta x}(x,t)$  periodisch in  $k_x$  mit der Periode  $2\pi/\Delta x$ .

$$F_{p}(k_{x},t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,t) \left[ \Delta x \sum_{m} \delta(x-m\Delta x) \right] \exp(jk_{x}x) dx = \Delta x \sum_{m} f(m\Delta x,t) \exp(jk_{x}m\Delta x)$$
(2.20)

Daraus lässt sich ein Abtasttheorem für die räumliche Abtastung von Funktionen formulieren.

$$k_x \le \frac{\pi}{\Delta x}$$
 bzw.  $f \le \frac{c}{2\Delta x \sin a}$  (2.21)

Wenn keine Überlappung der periodischen Anteile (Aliasing) im *x-t* Bereich stattfinden soll, muss das Abtasttheorem eingehalten werden.

Der Zusammenhang mit dem Einfallswinkel a der ebenen Welle geht aus Abbildung 2.3a hervor. Eine frontal ( $a = 0^{\circ}$ ) eintreffende Welle entspricht einem räumlichen Gleichsignal, Aliasing kann hier für keine Frequenz f auftreten. Bei sphärischer Wellenausbreitung (Abb. 2.3b) ist auf jeden Fall die Abtastbedingung (Gl. 2.21) zu berücksichtigen, da sich unterschiedliche Einfallswinkel a ergeben.



Abbildung 2.3:

a) Eine parallel zur Abtastzone einfallende ebene Welle entspricht einem räumlichen Gleichsignal ( $I_x = \infty$ ).

b) Ebene Welle mit Einfallswinkel  $a \cdot 0$ .

c) Bei sphärischer Wellenausbreitung ergeben sich, je nach Position, verschiedene Einfallswinkel a.

# 2.4 Grundlagen der Aperturtheorie<sup>7</sup>

### 2.4.1 Apertur

In der Optik wird eine lichtdurchlässige Öffnung eines opaquen Schirmes als Apertur bezeichnet. Bezüglich des elektromagnetischen Feldes wird der Begriff Apertur auf Anordnungen von Antennen angewandt. Die Akustik greift die Bedeutung auf und benennt ganz allgemein elektroakustische Übertrager sowie Anordnungen von elektroakustischen Übertragern als Apertur. Im aktiven Betrieb, als Sender, wandelt der Übertrager elektrische Signale (Strom, Spannung) in akustische Größen (Schallfeld) um. Der passive Modus, als Empfänger, dient zur Konvertierung akustischer Signale in elektrische Größen.



Abbildung 2.4: Der Raumbereich V stellt eine Volumenapertur im Senderbetrieb dar. Diese besteht aus einer infinitesimalen Verteilung von Punktquellen dV am jeweiligen Ort r.

In dieser Arbeit steht der Betrieb als Sender im Vordergrund. Im Weiteren wird, sofern nicht explizit angegeben, von elektroakustischen Übertragern im aktiven Betrieb (Lautsprechern) die Rede sein. Die beschriebene Theorie gilt jedoch ebenso für passive Übertrager (Mikrofone). Je nach räumlicher Ausdehnung beziehungsweise Form der Apertur unterscheidet man zwischen Volumen-, Flächen- oder Linienverteilungen.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> *Kapitel 2.4 folgt im wesentlichen* [57]

#### Aperturbelegung

Eine Apertur ist ganz allgemein vergleichbar mit einem Filter, beschreibbar durch die Impulsantwort a(t,r), welche in diesem Fall Aperturbelegung genannt wird. Darin bezeichnet t die Beobachtungszeit und r den Ortsvektor des Volumenelements dV, wie Abbildung 2.4 zu entnehmen ist. Durch Fouriertransformation in den Frequenzbereich erhält man die komplexe Frequenzantwort der Apertur A(f,r), die auch als komplexe Aperturfunktion bezeichnet wird.

$$A(f, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t, r) \exp(-j2pf) df \qquad (2.22)$$

Speist man die Apertur mit einem elektrischen Eingangssignal x(t,r), kann das akustische Ausgangsignal  $x_M(t,r)$ , welches ebenso das Eingangssignal in das umgebende Medium *M* darstellt (Quellenverteilung), als Faltung im Zeitbereich oder Multiplikation im Frequenzbereich angeschrieben werden:

$$x_{M}(t,\boldsymbol{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t,\boldsymbol{r}) \mathbf{a}(t-t,\boldsymbol{r}) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f,\boldsymbol{r}) A(f,\boldsymbol{r}) \exp(+2\boldsymbol{p} f t) df.$$
(2.23)

Die Auswirkungen der Aperturbelegung werden im Abschnitt 3.2 ausführlich behandelt.

#### Nahfeld von Aperturen

Die Feldverteilung des, von einer beliebigen Apertur (Abb. 2.4) erzeugten, Schalldrucks resultiert aus dem Volumenintegral über die gesamte Ausdehnung  $V_0$  der Apertur.

$$p(t,\mathbf{r}) = -j2pf\mathbf{r}_0 \int_{-\infty}^{+\infty} X(f,\mathbf{r})A(f,\mathbf{r})g(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)dV_0 \exp(+2pft)df$$
(2.24)

Wobei  $g(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$  die zeitunabhängige Greenfunktion im Feifeld darstellt, ausgeschrieben als

$$g(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}_{o}) = -\frac{\exp(-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{o}|)}{4p|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{o}|}$$
(2.25)

Um das Integral aus Gleichung 2.24 für allgemeine Problemstellungen lösbar zu machen, wird die exakte Greenfunktion (Gl. 2.25) durch Anschreiben der Betragsbildung  $|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|$  als Binomialreihe angenähert. Während für den Amplitudenterm (Nenner) die lineare Näherung  $1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0| = 1/r$  ausreicht, ist für den Phasenterm (Zähler) höhere Genauigkeit und die Einbeziehung weiterer Reihenglieder notwendig.

Für die Näherung der Greenfunktion (Gl. 2.25) im Nahfeld schreibt man unter Verwendung der ersten zwei Reihenglieder (Fresnel-Näherung mit quadratischem Phasenterm)

$$g(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}_{o}) \approx -\frac{\exp(-jkr)}{4pr} \exp(+jk\mathbf{e}_{r} \cdot \mathbf{r}_{o}) \exp(-jk\frac{r_{o}^{2}}{2r}) \quad .$$
(2.26)

Diese Näherung ist gültig für Feldpunkte, die das Nahfeldkriterium (Gl. 2.27) erfüllen [57].

$$1.356R < r < \frac{pR^2}{l} \tag{2.27}$$

#### Fernfeld von Aperturen

Mit wachsender Distanz des Feldpunktes zur Apertur verschwindet der Einfluss des quadratischen Phasenterms. Im Fernfeld (Fraunhofer-Näherung) erhält die Greenfunktion die Form

$$g(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}_{o}) \approx -\frac{\exp(-jkr)}{4pr} \exp(+jk\mathbf{e}_{r} \cdot \mathbf{r}_{o}) \quad .$$
(2.28)

Für die Gültigkeit der Fraunhofer-Näherung muss folgendes Fernfeldkriterium [57] erfüllt sein:

$$r > \frac{pR^2}{l} > 1.356R$$
 (2.29)

An dieser Stelle soll ein Vergleich der Nahfeldgrenzen für Aperturen und Einzelquellen die Bedeutung der Fresnel-Näherung (Gl. 2.25) bei der Behandlung von Aperturen untermauern. Nimmt man beispielsweise als Ausdehnung der Apertur R = 1m an, ergibt sich für eine Frequenz von 1kHz (1=0.34m) ein Grenzradius von  $r \sim 9m$ . Im Unterschied dazu erhält man für einen einzelnen Kugelstrahler (kr > 1) bei dieser Frequenz  $r \sim 0.5m$  als Grenzradius. Für viele Aperturanwendungen ist daher eine Betrachtung der Verhältnisse im Nahfeld notwendig [20].

### 2.4.2 Das Richtdiagramm im Fernfeld (Directivity Pattern)

Nimmt eine Apertur einen größeren Raumbereich ein, erhält sie eine bevorzugte Empfangsbzw. Abstrahlrichtung, während eine punktuelle Apertur diese Eigenschaft nicht aufweist. Zur anschaulichen Darstellung dieser Richtungsabhängigkeit dient das Richtdiagramm im Fernfeld (Directivity Pattern). Das Richtdiagramm gibt die Abstrahlcharakteristik einer Punktquelle, die dasselbe Schallfeld wie die Apertur erzeugt, wieder. Dazu wird die Aperturfunktion a aus Gleichung (2.22) einer 2D-Fouriertransformation unterworfen und liefert die vom Abstand r unabhängige Funktion

$$D(f,\mathbf{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} A(f,\mathbf{r}_o) \exp(+j2\mathbf{p}\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}_o) d\mathbf{r}_o , \qquad (2.30)$$

worin **n** für den Vektor  $\mathbf{n} = (f_x, f_y, f_z)$  der einzelnen räumlichen Frequenzen steht. Im Nahfeld ist für die Berechnung des Richtverhaltens (Gl. 2.38) die Einbeziehung des Abstands *r* notwendig.

#### Darstellungsarten

Das Richtverhalten von Lautsprechern wird üblicherweise mittels Gleichung 2.30, in bestimmte Frequenzbereiche (Terzen oder Oktaven) getrennt, dargestellt. Mehr Information enthalten dreidimensionale Bilder, die das Richtdiagramm in einer Ebene für den gesamten Frequenzbereich übersichtlich zeigen.

Als Beispiel zur Darstellung eines Richtdiagramms dient im Folgenden eine lineare Apertur (Abb. 2.5) endlicher Ausdehnung *L*, deren komplexe Aperturfunktion ein Rechteck-Amplitudenfenster  $A(f_x, x) = rect(x/L)$  ist:



Abbildung 2.5: a) Linienapertur entlang der x-Achse, Länge L Meter b) Aperturbelegung Rechteckfenster

Nach Einsetzen der Aperturfunktion in Gleichung 2.30 erhält man das ebene Richtdiagramm

$$D(f, f_x) = F_x \{ \operatorname{rect}(x / L) \} = L \operatorname{sinc}(f_x L) .$$

$$(2.31)$$

Um eine normalisierte Darstellung zu erlangen, wird Gleichung (2.31) durch das Maximum der Funktion  $D_{max} = D(f,0) = L$  dividiert. Für unterschiedliche Aperturbelegungen ergeben sich natürlich dementsprechend andere Normierungsfaktoren.

Weiters erwirkt die Einführung der Beziehung  $f_x = u/I$  eine zusätzliche Normierung (Abb. 2.6a) bezüglich der Wellenlänge I und  $D(f,fx) \rightarrow D(f,u)$ :

$$D_{N}(f,u) = \operatorname{sinc}\left(\frac{L}{I}u\right).$$
(2.32)

Die Polardarstellung (Polarplot, Abb. 2.6b) des ebenen Richtdiagramms erhält man aus Gleichung 2.32 über den Zusammenhang  $f_x = sinq cosy/l$ , wodurch  $D(f, f_x) \rightarrow D(f, q, y)$  wird.

$$D_{N}(f,u) = \operatorname{sinc}\left(\frac{L}{l}\operatorname{sin} q \cos y\right)$$
(2.33)



Theoretisch kann das normalisierte Richtdiagramm für jeden Wert von *u* ausgewertet werden. Physikalisch sinnvoll ist die Darstellung im Intervall  $-1 \le u \le +1$ , des sichtbaren Bereichs der entlang der *x*-Achse liegenden Apertur. Korrespondierend dazu ergeben sich die Grenzen der Raumwinkel zu  $0 \le J \le p$  und  $0 \le y \le 2p$ .

#### Strahlbreite und Öffnungswinkel (Beamwidth)

Als Beschreibung für die Breite der Hauptkeule eines Fernfeld-Richtdiagramms dient die Strahlbreite. Sie ist definiert als Abstand zwischen den Punkten, an denen die Amplitude des Richtdiagramms auf -3dB abgesunken ist (Abb. 2.6a). Für das Beispiel aus Abbildung 2.5 ergibt sich über Gleichung 2.32 für die Strahlbreite **D**u in der Richtungscosinus-Darstellung

$$\Delta u = 2\frac{1}{L} x \approx 0.886 \frac{1}{L} . \qquad (2.34)$$

Äquivalent zur Strahlbreite, diesmal als Funktion der Winkel q und y, kann in der Polardarstellung der vertikale (Dq) und horizontale (Dy) Öffnungswinkel angegeben werden.



$$\Delta \boldsymbol{q} = 2 \sin^{-1} \left( \frac{\Delta \boldsymbol{u}_{vert}}{2} \right) \qquad \Delta \boldsymbol{y} = 2 \sin^{-1} \left( \frac{\Delta \boldsymbol{u}_{hor}}{2} \right) \tag{2.35}$$

Wie aus Gleichung 2.34 klar hervorgeht, ist die Strahlbreite Du der Hauptkeule direkt proportional zur Wellenlänge I (indirekt zur Frequenz f) und indirekt proportional zur Aperturöffnung L. Dadurch verringert sich die Strahlbreite der Hauptkeule, wenn bei konstanter Frequenz die Aperturöffnung vergrößert wird, oder wenn bei konstanter Aperturöffnung die Wellenlänge sinkt, beziehungsweise die Frequenz steigt [57].

### Bündelungsfaktor (Directivity), Bündelungsmaß (Directivity Index)

Die Fähigkeit, akustische Leistung in bestimmte Raumbereiche konzentriert abzustrahlen, wird Bündelung (Directivity) genannt. Dabei wird die über das Fernfeld-Richtdiagramm ermittelte maximale Schallintensität einer Apertur in Beziehung zur Referenzintensität eines Kugelstrahlers mit gleicher zeitgemittelter abgestrahlter akustischer Leistung gesetzt.

$$D \stackrel{\circ}{=} \frac{I_{max}}{I_{ref}} = \frac{4p}{\int\limits_{0}^{2p} \int\limits_{0}^{p} \left| D_{N}(f, q, y) \right|^{2} \sin q \, dq \, dy}$$
(2.36)

Das dB-Äquivalent zu Gleichung 2.36 bezeichnet man als Bündelungsmaß (Directivity Index).

$$DI = 10 \log_{10} D \quad dB$$
 (2.37)

### 2.4.3 Das Richtdiagramm im Nahfeld

Für Feldpunkte, die das Nahfeldkriterium (Gl. 2.26) erfüllen, muss eine gesonderte Betrachtung des Richtdiagramms erfolgen. Unter Verwendung der Fresnel-Näherung der Greenfunktion (Gl. 2.26) ergibt sich als Richtdiagramm im Nahfeld

$$D(f,r,\mathbf{n}) = \int_{-\infty}^{\infty} A(f,\mathbf{r}_0) \exp\left(-jk\frac{r_0^2}{2r}\right) \exp\left(+j2\mathbf{p}\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}_0\right) d\mathbf{r}_0 \quad .$$
(2.38)

worin wieder **n** für den Vektor  $\mathbf{n} = (f_x, f_y, f_z)$  der einzelnen räumlichen Frequenzen steht. Im Unterschied zum Fernfeld-Richtdiagramm (Gl. 2.30) ist das Nahfeld-Richtdiagramm eine Funktion des Abstandes *r* vom Feldpunkt zur Apertur.

Zur Berechnung des Richtdiagramms kann Gleichung 2.38 im Fern- und Nahfeld herangezogen werden, während Gleichung 2.30 ausschließlich im Fernfeld Gültigkeit hat.

# 3 Lautsprecherarrays<sup>8</sup>

# 3.1 Allgemeines

Eine räumlich diskrete Anordnung von Übertragern bezeichnet man als Array, gleichbedeutend einer abgetasteten Apertur, deren Anregung an diskreten Punkten, Linien oder Flächen erfolgt. Die einzelnen elektroakustischen Übertrager werden ganz allgemein als Elemente<sup>9</sup> bezeichnet. Damit die im Folgenden erklärten Zusammenhänge besser zur Geltung kommen, beschränkt sich die Betrachtung auf Linienanordnungen von Elementen.





<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Kapitel 3 folgt im Wesentlichen [57]

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> In der Unterwasserakustik lautet die Bezeichnung der Schallaufnehmer Hydrophon, in seismischen Anwendungen Geophon.

Analog zur kontinuierlichen Linienapertur erfolgt die mathematische Beschreibung eines Linienarrays (Abb. 3.1) durch Superposition als diskrete komplexe Aperturfunktion

$$A(f, x) = \sum_{n=-N'}^{N'} c_n(f) e_n(f, x - x_n) .$$
(3.1)

Darin ist  $c_n(f)$  die komplexe Gewichtung,  $e_n(f, x_a)$  die komplexe Frequenzantwort und  $x_n$  die x-Koordinate des n-ten Elements. Weiters ist N' = (N-1)/2, mit N als Gesamtanzahl der Elemente.

### 3.1.1 Produkttheorem für das Richtdiagramm

Zur Berechnung des Richtdiagramms im Fernfeld wird Gleichung 2.30 herangezogen. Besteht ein Array aus identen Elementen, das heißt, alle Übertrager haben dieselbe Frequenzantwort e(f,x), kann für das Richtdiagramm folgendes Produkttheorem angeschrieben werden, die Elemente dürfen dabei auch in unregelmäßigen Abständen angeordnet sein:

$$D(f,f_x) = E(f,f_x)S(f,f_x)$$
(3.2)

Darin bezeichnet  $E(f, f_x)$  das Richtdiagramm einer Einzelquelle, und  $S(f, f_x)$  beschreibt das Richtdiagramm eines äquivalenten Arrays aus identen, komplex gewichteten, omnidirektionalen Punktelementen

$$S(f, f_x) = \sum_{n=-N'}^{N'} c_n(f) exp(+j2pf_x x_n).$$
(3.3)

Für äquidistant angeordnete Elemente mit dem interelementaren Abstand d wird

$$x_n = nd, \quad n = -N', \dots, 0, \dots, N'$$
 (3.4)

Somit können räumliche Anordnung und akustische Eigenschaften der Arrayelemente getrennt angeschrieben und behandelt werden, was mehrere praktische Vorteile bringt:

Erstens ist es möglich, den Ausfall eines oder mehrerer Elemente des Arrays durch Null-Setzen der entsprechenden Gewichte  $c_n$  zu simulieren und die Auswirkungen auf das Richtdiagramm zu berechnen. Zweitens lässt sich für Arrays, deren Einzelemente klein gegen die Wellenlänge I sind, feststellen, dass das Richtdiagramm allein von  $S(f,f_x)$  abhängt.  $E(f,f_x)$ nähert sich einem konstanten Wert, die Elemente können als omnidirektionale Punktquellen betrachtet werden. Eine weitere wichtige Tatsache wird durch inverse räumliche Fouriertransformation von Gleichung 3.3 deutlich erkennbar. Die komplexe Frequenzantwort eines Arrays hat die Form der Impulsantwort eines FIR-Filters:

$$s(f, x_a) = F_{f_x}^{-1} \{ S(f, f_x) \} = \sum_{n=-N'}^{N'} c_n(f) d(x_a - x_n)$$
(3.5)

Ein Array kann folglich als räumliches FIR-Filter gesehen und mit den aus der zeitdiskreten Signalverarbeitung bekannten Algorithmen beschrieben werden.

### 3.1.2 Räumliche Unterabtastung (Grating Lobes)

Das Fernfeld-Richtdiagramm eines Arrays ist eine im Raum periodische Funktion<sup>10</sup>. Damit einher geht die Forderung nach Einhaltung des räumlichen Abtasttheorems (Gl. 3.6) zur Vermeidung von Aliasing. Wird die Forderung nicht erfüllt, kommt es zur unerwünschten Einblendung weiterer Hauptkeulen der Richtcharakteristik ("Grating Lobes", Abb. 3.2). Um diesen Fall zu vermeiden, muss der interelementare Abstand *d* klein genug gewählt werden.

$$d < \frac{l_{min}}{2}$$
 bzw.  $d < \frac{c}{2f_{max}}$  (3.6)

Die nachfolgenden Darstellungen veranschaulichen diesen Sachverhalt.



Abbildung 3.2:

a) Polarplot: Für d/l =1 ist das Abtasttheorem nicht mehr erfüllt.

b) Bei Aliasing wandern die "Grating Lobes" in den sichtbaren Bereich des Richtdiagramms

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> siehe Kapitel 2.3: Zweidimensionale Fouriertransformation, Räumliches Aliasing

# 3.2 Komplexe Gewichtung von Arrays

In diesem Abschnitt wird der Einfluss unterschiedlicher Aperturfunktionen auf das Richtdiagramm eines Arrays eingehend betrachtet. Durch geeignete Wahl der komplexen Gewichte lässt sich das Verhältnis von Haupt- und Nebenkeulen gestalten, eine Verdrehung der Hauptkeule oder die Fokussierung eines Fernfeldrichtdiagramms in das Nahfeld erreichen.

Ausgangspunkt ist die komplexe Gewichtungsfunktion der Elemente

$$\boldsymbol{c}_n(f) = \boldsymbol{a}_n(f) \exp[+j\boldsymbol{q}_n(f)] . \tag{3.7}$$

Die Aufspaltung in einen Amplituden- und Phasenterm ermöglicht die getrennte Veränderung der Größen. Dadurch lassen sich deren unterschiedliche Einflüsse besser studieren. Zur Analyse wird die Phasenfunktion der Aperturbelegung als Polynom angeschrieben.

$$\boldsymbol{q}_{n}(f, \boldsymbol{x}_{a}) = \boldsymbol{q}_{0}(f) + \boldsymbol{q}_{1}(f)\boldsymbol{x}_{a} + \boldsymbol{q}_{2}(f)\boldsymbol{x}_{a}^{2} + \dots + \boldsymbol{q}_{N}(f)\boldsymbol{x}_{a}^{N}$$
(3.8)

Das erste Glied  $q_0(f)$  repräsentiert einen konstanten Phasenbelag unabhängig von  $x_a$  über die gesamte Apertur. Die lineare Phasenvariation  $q_1(f)x_a$  des zweiten Terms bewirkt eine Ausrichtung des Strahls (beam steering, beam tilting), während  $q_2(f)x_a^2$  als quadratische Änderung der Phase für die Fokussierung (focusing) innerhalb der Fresnelzone verantwortlich zeichnet. Die restlichen Terme höherer Ordnung verbleiben hier unberücksichtigt.

Das Polynom kann auch als mathematisches Modell zur Anpassung einer Phasenantwort an aktuelle Phasenwerte mittels "nonlinear least-mean square estimation" verwendet werden.

### 3.2.1 Reelle Amplitudenbelegung

Zuerst wird ausschließlich der reelle Amplitudenterm  $a_n(f)$  aus Gleichung 3.7 betrachtet. Die Phasenbelegung sei  $q_n(f) = 0$ . Durch die Verwendung unterschiedlicher Amplitudenfenster lassen sich die Eigenschaften der Richtcharakteristik, nämlich die Breite der Hauptkeule und die Dämpfung der Nebenkeulen in gegenseitiger Abhängigkeit, verändern. Während ein Rechteckfenster bei schmalster Hauptkeule die geringste Dämpfung der Nebenkeulen verursacht, kann durch Anwendung eines Hamming- oder Blackmannfensters der gegenteilige Effekt erzielt werden [57]. Abbildung 3.3 bietet einen Vergleich verschiedener Amplitudenbelegungen.



Abbildung 3.3: Richtdiagramme für Amplitudenbelegung mit einem a) Rechteck-, Dreieck- und Cosinusfenster

b) Hanning-, Hamming- und Blackmannfenster.

## 3.2.2 Lineare Phasenbelegung (Beam Steering)

Nun wählt man eine komplexe Gewichtungsfunktion mit Rechteck-Amplitudenbelegung (vgl. Abb. 2.5)  $a_n(f) = rect(x/L)$  unter Verwendung des linearen Phasenterms aus Gleichung 3.8

$$q_n(f) = -2pf'_x nd$$
  $n = -N', ..., 0, ..., N'$ . (3.9)

Die Phasenverschiebung ist äquivalent einer Zeitverzögerung (delay) der Einzelelemente.

$$\boldsymbol{t}_n = \frac{\boldsymbol{q}_n(f)}{2\boldsymbol{p}f} \tag{3.10}$$

Einsetzen von Gleichung 3.9 in Gleichung 3.3 mit  $f'_x = u'/l = sinq' cosy'/l$  erwirkt eine Verschiebung des Fernfeld-Richtdiagramms (Abb. 3.5a) um  $f'_x$  beziehungsweise u'

$$D'(f,f_{x})\sum_{n=-N'}^{N'}a_{n}(f)exp[+j2p(f_{x}-f_{x}')nd] = D(f,f_{x}-f_{x}') .$$
(3.11)

was einer Drehung des polaren Richtdiagramms auf q = q' und y = y' entspricht. In dieser Darstellung als Funktion der räumlichen Winkel q und y verändert sich die Form der Richtungscharakteristik. Wenn ein Fernfeld-Richtdiagramm ausgehend von  $y' = 90^{\circ}$  zur Breitseite ( $y' = 0^{\circ}$ , "end fire") gedreht wird, vergrößert sich die Strahlbreite beginnend vom Minimum bis hin zum Maximum in der Endstellung (Abb. 3.4b, Abb. 3.5a,b).



Abbildung 3.4: Beam Steering des Richtdiagramms in horizontaler Polardarstellung für a)  $y' = 90^{\circ}$  b)  $y' = 45^{\circ}$ 



Abbildung 3.5:

a) Beam Steering des Richtdiagramms auf u'=1 (end fire). Die Strahlbreite *Du* bleibt konstant (vgl. Abb. 2.6a)
b) Die korrespondierende horizontale Polardarstellung für y' = 0° (end fire) zeigt im Vergleich zu Abbildung 3.4a,b die maximale Breite *Dy<sub>max</sub>* des horizontalen Abstrahlwinkels.

### 3.2.3 Quadratische Phasenbelegung (Beam Steering & Focusing)

Die Erweiterung der komplexen Gewichtungsfunktion um einen quadratischen Phasenterm

$$q_n(f) = -2pf'_x nd + \frac{k}{2r'}(nd)^2$$
  $n = -N', ..., 0, ..., N'$  (3.12)

ermöglicht die Fokussierung<sup>11</sup> des Fernfeld-Richtdiagramms in das Nahfeld.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Ein Vergleich mit der Fotografie schafft Klarheit über den Begriff der Fokussierung. Solange das abzubildende Objekt weit genug entfernt, im Fernfeld, positioniert ist, bleibt die Einstellung der Brennweite unbeeinflusst von der Distanz zur Linse auf Unendlich. Je näher das Objekt rückt, desto stärker ist eine Refokussierung bei jeder Objektbewegung notwendig.

Die in Gleichung 2.38 definierte Nahfeld-Richtungscharakteristik, angepasst an diskrete räumliche Verhältnisse, ergibt für Feldpunkte, die das Nahfeldkriterium (Gl. 2.27) erfüllen,

$$D(f,r,f_{x}) = \sum_{n=-N'}^{N'} c_{n}(f) \exp\left[-jk \frac{(nd)^{2}}{2r}\right] \exp(+j2pf_{x}nd) .$$
(3.13)

Setzt man nun in dieses Nahfeld-Richtdiagramm die Phasenbelegung aus Gleichung (3.12) ein

$$D(f,r,f_{x}) = \sum_{n=-N'}^{N'} a_{n}(f) \exp\left\{-jk \frac{(nd)^{2}}{2r} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right]\right\} \exp\left[+j2p(f_{x} - f_{x}')nd\right]$$
(3.14)

und wertet das Integral im Nahfeldpunkt *r*= *r*' aus, erhält man

$$D(f, r', f_x) = D(f, f_x - f'_x) .$$
(3.15)

Dieses Ergebnis entspricht dem um f'ausgelenkten Fernfeld-Richtdiagramm (Gl. 3.11).

Damit wurde gezeigt, dass ein Fernfeld-Richtdiagramm in das Nahfeld fokussiert werden kann, wenn für die Phasenbelegung des Arrays eine Funktion nach Gleichung 3.12 gewählt wird. Der quadratische Phasenterm kompensiert die Krümmung der Wellenfront im Nahfeld des Arrays. Die nachfolgenden Abbildungen verdeutlichen diesen Sachverhalt.



Abbildung 3.6: Polardarstellung des a) nicht fokussierten b) fokussierten Nahfeld-Richtdiagramms bei y'=72°

Ausgedehnte Untersuchungen zur Fokussierung finden sich unter anderem in [29] und [52].

# 4 Holophonie und Wellenfeldsynthese

Der aus der Optik stammende Begriff Holografie<sup>1</sup>, geprägt durch den Physiker und Nobelpreisträger Dennis Gabor, beschreibt ein Verfahren, mit dem es möglich ist, die gesamte optische Information<sup>12</sup> eines Objektes auf Film aufzuzeichnen und wiederzugeben [16][50]. Das Konzept der Wellenfeldsynthese nach Berkhout [4][5] führt den Holografischen Ansatz, nun Holophonie genannt, in der Akustik ein. Angestrebt wird eine möglichst originalgetreue räumliche Rekonstruktion der ursprünglichen Wellenfronten. Idealerweise sind dadurch synthetisches und natürliches Schallfeld nicht mehr voneinander zu unterscheiden.

## 4.1 Der Holografische Ansatz in der Akustik

Ausgangspunkt der Überlegungen ist das Huygen-Fresnel'sche Prinzip, eine globale Aussage über die Rekonstruktion von Wellenfronten. Eine mathematische Beschreibung und Lösung

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Holografie, griech., Ableitung von "holos" (ganz, vollständig, unversehrt) und "graphein" (schreiben, aufzeichnen). Holografie bedeutet also soviel wie "ganzheitliche Aufzeichnung".

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Im Gegensatz zur herkömmlichen Fotografie wird zusätzlich zur Intensität auch die Phasenverschiebung der am Film auftreffenden Lichtstrahlen gespeichert. Das erreicht man durch Interferenz des vom abzubildenden Objekt reflektierten Lichtes mit einem Referenzstrahl. Bei richtiger Beleuchtung zeigt sich das aufgenommene Modell als scheinbar dreidimensionales Objekt.

des Prinzips gilt es zu finden. Dazu bedient man sich der Integralsätze der Feldtheorie und entwickelt aus dem zweiten Gauß'schen Theorem das Kirchhoff-Helmholtz Integral (KHI), eine Beschreibung des Schallfeldes innerhalb eines beliebigen geschlossenen Volumens [3]. Die Lösung des KHI an einer allgemeinen Oberfläche gestaltet sich schwierig, weshalb für vereinfachte geometrische Verhältnisse spezielle Darstellungsarten des KHI, die Rayleigh Integrale, entwickelt werden. Damit ist es nun möglich das Huygen-Fresnel'sche Prinzip, und somit Anwendungen der Holphonie, näherungsweise in der Praxis umzusetzen.

## 4.1.1 Huygen-Fresnel'sches Prinzip

Eine grundlegende Beschreibung der physikalischen Zusammenhänge bei der Ausbreitung von Wellen bietet das Huygen-Fresnel'sche Prinzip<sup>13</sup>:

"Jeder Punkt einer Wellenfläche ist wieder Ausgangspunkt einer sekundären kugelförmigen Elementarwelle. Die Einhüllende dieser Elementarwellen bildet eine neue Wellenfläche"



Abbildung 4.1: a) Das Huygen-Fresnel'sche Prinzip



b) Rekonstruktion der Wellenfront

Die Primärquelle Y sendet eine Welle aus, die sich mit der Geschwindigkeit c im Raum ausbreitet. Nach der Zeit t hat sich am Ort ct die Wellenfront S ausgebildet. Jeder Punkt M(Sekundärquelle) von S ist nun wieder Ausgangspunkt einer Elementarwelle, deren Überlagerungen zum Zeitpunkt t+Dt die Wellenfront S' am Ort c(t+Dt) erzeugen (Abb. 4.1a). Es ist also möglich, mit einer Anordnung von Sekundärquellen das Wellenfeld einer beliebigen primären Quelle vollständig nachzubilden (Abb. 4.1b).

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Bereits im 17. Jahrhundert formulierte Huygens anhand der Ergebnisse seiner Interferenz- und Beugungsversuche mit Licht das nach ihm benannte Prinzip, welches später von Fresnel vervollständigt wurde.

### 4.1.2 Kirchhoff-Helmholtz Integral

Eine konkrete mathematische Beschreibung der feldtheoretischen Fakten für den Schalldruck  $P_A$  innerhalb der geschlossenen Oberfläche S eines quellenfreien Volumens V (Abb. 4.2) liefert das aus der Wellengleichung und dem zweiten Green'schen Theorem abgeleitete Kirchhoff-Helmholtz Integral [3]:

$$P_{A} = \frac{1}{4p} \int_{S} (P \nabla G - G \nabla P) \bar{n} \, dS \tag{4.1}$$

$$G = \frac{\exp(-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}{|\mathbf{r}|} + F \quad . \tag{4.2}$$

Wählt man vorerst in der allgemeinen Form der Green'schen Lösungsfunktion G (Gl. 4.2) die Funktion F=0 und fügt dies zusammen mit der Bewegungsgleichung (Gl. 4.3) in Gleichung 4.1 ein, erhält man das Kirchhoff-Helmholtz Integral für homogene Medien (Gl. 4.4):

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -j w r_0 v_n \tag{4.3}$$

$$P_{A} = \frac{1}{4p} \int_{S} \left[ \left( P \frac{1 + jkr}{r} \cos j \frac{\exp(-jkr)}{r} \right) + \left( jwr_{o} V_{n} \frac{\exp(-jkr)}{r} \right) \right] dS \quad (4.4)$$

Aus der Interpretation des Kirchhoff-Helmholtz Integrals (KHI) resultieren zwei Aussagen:

1.) Bei Kenntnis des Drucks P und der Normalkomponente  $v_n$  der Teilchengeschwindigkeit an der geschlossenen Oberfläche S eines quellenfreien Volumens V kann der Druck in jedem Punkt A innerhalb von V errechnet werden (Abb. 4.2).



Abbildung 4.2: Veranschaulichung des Kirchhoff-Helmholtz Integrals

2.) Jedes Schallfeld kann durch eine Verteilung von Monopol- und Dipolquellen entlang S synthetisiert werden. Die Stärke jedes Monopols ist durch die Normalkomponente der Teilchengeschwindigkeit  $v_n$  (zweiter Integrand) festgelegt, jene der Dipolquellen durch den Schalldruck P (erster Integrand) entlang der geschlossenen Oberfläche S (Abb. 4.3).



Abbildung 4.3: Monopol- und Diploquellenverteilung entlang der Hülle S des Volumens V

Die originale Quellenverteilung wird im Folgenden als *primäre Quellenverteilung* bezeichnet, die Verteilung der Monopol- und Dipolquellen als *sekundäre Quellenverteilung*.

## 4.1.3 Rayleigh Integrale

Durch spezielle Wahl der Hüllfläche von V und Beschränkung auf entweder Mono- oder Dipolquellen als Sekundärstrahler ergeben sich praktikable Näherungslösungen des KHI [3].



Abbildung 4.4: Das Volumen V wird nun durch die Ebene  $S_1$  bei x=0 und die Halbkugel  $S_2$  im Raum x>0 begrenzt.

Wie in Abbildung 4.4 dargestellt, vereinfacht man die Integrationsoberfläche S auf eine Ebene  $S_1$  bei x=0 und eine Halbkugelfläche  $S_2$  im Halbraum x>0. Jetzt nimmt man an, das Schalldruckfeld *P* im rechten Halbraum (x>0) werde durch Primärquellen im linken Halbraum (x<0) hervorgerufen, der Raumbereich innerhalb S sei quellenfrei. Rückt man die Teilfläche  $S_2$  in immer größere Entfernung, verschwindet der Beitrag dieser Quellen zum KHI für *R*? 8. Der Integrationsbereich darf auf die Ebene entlang x=0 reduziert werden.

Der Druck im Punkt A wird wiederum durch Substitution von Gleichung 4.2 in das Integral (Gl. 4.1) errechnet:

$$P_{A} = \frac{1}{4\pi} \int_{S_{1}} \left[ P \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\exp(-jkr)}{r} + F \right) - \left( \frac{\exp(-jkr)}{r} + F \right) \frac{\partial P}{\partial n} \right] dS \quad .$$

$$(4.5)$$

Findet man nun geeignete Funktionen *F*, die, eingesetzt in die Green'sche Lösungsfunktion (Gl. 4.2), den ersten oder zweiten Integranden in Gleichung 4.5 aufheben, sind nur Monopoloder nur Dipolquellen zur Reproduktion des Primärfeldes erforderlich.

#### **Rayleigh Integral I**

Um den ersten Integranden aus Gleichung 4.5 zu eliminieren, wählt man für die Funktion F

$$F = \frac{\exp(-jkr')}{r'} , \qquad (4.6)$$

und das Kirchhoff-Helmholtz Integral wird auf das Rayleigh Integral I vereinfacht:

$$P_{A} = \frac{1}{2p} \int_{S_{f}} j w r_{o} V_{n} \frac{exp(-jkr)}{r} dS . \qquad (4.7)$$

Eine Verteilung von sekundären Monopolquellen entlang einer ebenen Fläche, deren Stärke nun das Zweifache der Teilchengeschwindigkeit normal zur Oberfläche beträgt, reicht somit aus, das primäre Wellenfeld im Halbraum x>0 zu synthetisieren. Allerdings wird im Bereich x<0 eine Spiegelwelle erzeugt, die wegen der Abwesenheit von Dipolquellen nicht kompensiert werden kann. Das hat jedoch keinen Einfluss auf das interessierende Gebiet x>0.

#### **Rayleigh Integral II**

Ebenso ist die Reduktion der sekundären Quellen auf eine Dipolverteilung erreichbar. Die Elimination des zweiten Terms aus Gleichung 4.5 gelingt durch Wahl der Funktion *F* zu

$$F = -\frac{\exp(-jkr')}{r'}.$$
(4.8)

Das so erhaltene Rayleigh Integral II beschreibt das Feld einer Dipolverteilung entlang  $S_1$ , angetrieben mit der doppelten Stärke des an dieser Fläche herrschenden Schalldrucks. Für die im Bereich x<0 erzeugte Spiegelwelle gilt dasselbe wie für das Rayleigh Integral I.

$$P_{A} = \frac{1}{2p} \int_{S_{f}} P \frac{1 + jkr}{r} \cos j \frac{\exp(-jkr)}{r} dS$$
(4.9)

#### Institut für Elektronische Musik und Akustik

# 4.2 Theorie der Wellenfeldsynthese

In den späten 80er Jahren wurde ein grundlegend neuer Ansatz zur Schallreproduktion, die Wellenfeldsynthese, vorgeschlagen [4][5]. Zur Umsetzung des holophonen Prinzips werden dabei einzelne Lautsprecher durch Arrays ersetzt. Diese synthetisieren die Wellenfronten natürlicher oder virtueller Schallquellen. Im Unterschied zu allen anderen existierenden Methoden ist die Rekonstruktion der Wellenfronten eine sogenannte Volumslösung und verspricht die detaillierte Reproduktion des originalen Wellenfeldes im gesamten Abhörbereich.

Aufbauend auf die in Kapitel 4.1 eingeführten Rayleigh Integrale werden Syntheseoperatoren für die Lautsprechergewichte zur zeitlichen und räumlichen Nachbildung des originalen Wellenfeldes entwickelt. Der dreidimensionale Fall für planare Anordnungen kann in eine sogenannte 2½D-Lösung übergeführt werden, welche die Rekonstruktion des Schallfeldes in der horizontalen Ebene mit einem linearen Lautsprecherarray ermöglicht.

Die Positionierung der mit dieser Lautsprecheranordnung erzeugten virtuellen Quellen beschränkt sich nicht nur auf hinter dem Array liegende Orte. Durch spezielle Anpassung (Fokussierung) des Syntheseoperators können auch Quellen im Raum vor dem Array simuliert werden. Dabei strahlt das Lautsprecherarray konvergente konkave Wellenfronten aus, in deren Fokus eine virtuelle Quelle erzeugt wird. Von dort aus erfolgt eine divergente Ausbreitung der konvexen Schallwellen in das Abhörgebiet.

Besitzt das Array finite Länge oder bildet die Form der Anordnung Ecken, tritt Streuung auf. Im Allgemeinen ist dadurch keine ernsthafte Störung der empfundenen räumlichen Abbildung zu erwarten. Der Effekt wird hörbar, wenn im Randbereich des Arrays positionierte virtuelle Quellen wiedergegeben werden sollen.

Der Übergang vom idealerweise kontinuierlichen linearen Array auf diskrete Lautsprecher verursacht Artefakte, die sich, ähnlich zeitlichem Aliasing, auf die räumlichen Eigenschaften des reproduzierten Schallfeldes auswirken. Das räumliche Sampling-Theorem (vgl. Gl. 2.21) limitiert das Wiedergabefrequenzband.

Im Folgenden wird eine Anleitung zur Ermittlung konkreter Lautsprechergewichte nach der Theorie der Wellenfeldsynthese sowie ein kurzer Einblick in nötige Vereinfachungen, die daraus entstehenden akustischen Probleme und deren Lösung gegeben.
## 4.2.1 Syntheseoperatoren

Funktionen zur Gewichtung der Lautsprechersignale sollen gefunden werden. Abhängig von der Reproduktionsanordnung existieren verschiedene Syntheseoperatoren zur Berechnung der komplexen Lautsprechergewichte.

#### **3D Syntheseoperator**

In Übereinstimmung mit den 3D Rayleigh Integralen (Gl. 4.7 und Gl. 4.9) erfolgt die Rekonstruktion beliebiger Primärsignale S(w) mit einer, zwischen dem primären Quellbereich und dem Auditorium liegenden, planaren Verteilung von Sekundärquellen (Abb. 4.4). Für omnidirektional abstrahlende Lautsprecher sind die komplexen Gewichte proportional zur Normalkomponente  $V_n$  der Schallschnelle. Das Lautsprechersignal für Monopolquellen lautet

$$\mathbf{Q}_m = \mathbf{S}(\mathbf{w}) \mathbf{j} \mathbf{w} \mathbf{r}_0 \mathbf{V}_n \quad (4.10)$$

Lautsprecher mit Dipolcharakteristik werden proportional dem an ihrer Position herrschenden Schalldruck des nachzubildenden Quellsignals gewichtet. Das Lautsprechersignal ist demnach

$$Q_{d}(\mathbf{w}) = S(\mathbf{w}) \frac{1 + jkr}{r} \cos j \quad . \tag{4.11}$$

#### 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>D Syntheseoperator

Für Bildschirmanwendungen oder für den Einsatz auf Bühnen, in Kinos und ähnlichen Wiedergabesituationen wäre eine flächige, sichtbehindernde Applikation problematisch. Zudem ist das räumliche Auflösungsvermögen der menschlichen Hörwahrnehmung in vertikaler Richtung geringer als in horizontaler [6]. Eine zweidimensionale Lautsprecheranordnung ist wesentlich leichter in die Szene zu integrieren und somit obligat. Damit reduziert sich der Ausbreitungsraum theoretisch auf zwei Dimensionen. Das Schallfeld wird als von der vertikalen Achse unabhängig angenommen, was zur Folge hat, dass statt dreidimensionaler Punktquellen nur noch vertikale Linienquellen existieren können<sup>14</sup>. Für das 2D-Rayleigh Integral I ergibt sich im Fernfeld folgende Näherung [3]:

$$P(\mathbf{r}_{A},?) = \mathbf{r} \, \mathbf{c} \sqrt{\frac{jk}{2\mathbf{p}}} \int_{x=0}^{\infty} V_{n}(y,w) \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} dy \quad \text{für } kr >> 1 .$$

$$(4.12)$$

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> siehe Kapitel 2.2.3: Zweidimensionale (zylindrische) Wellenausbreitung

Aus Gleichung 4.12 ist ersichtlich, dass die Amplitude der Sekundärquellen nun proportional  $1/\sqrt{r}$  gedämpft wird, was dem zylindrischen Feld einer Linienquelle entspricht. Die Anwendung des 2D-Operators nach Gleichung 4.12 zur Reproduktion eines 3D-Schallfeldes mittels einer sekundären Linienverteilung kann folglich nicht das gewünschte Resultat liefern.

Eine praxisnahe Lösung muss direkt aus dem dreidimensionalen Feld einer virtuellen Quelle die Signale zum Betrieb einer zweidimensionalen Lautsprecheranordnung synthetisieren. Als Dämpfungsfaktor für die Amplitude der Sekundärquellen wird ein, der natürlichen Schallausbreitung einer Punktquelle entsprechendes, 1/r Verhalten gefordert<sup>15</sup>.

Zur Veranschaulichung der Herleitung des  $2\frac{1}{2}$ D-Operators dient Abbildung 4.5. In der Horizontalebene sei eine Punktquelle **Y** positioniert. Für deren Schalldruck am Ort **r** schreibt man mit dem Primärsignal **S**(**w**) und der Richtcharakteristik **G**(**j**, **J**, **w**) der Quelle:

$$P(\mathbf{r}, \mathbf{w}) = S(\mathbf{w})G(\mathbf{j}, \mathbf{J}, \mathbf{w})\frac{\exp(-\mathbf{j}k\mathbf{r})}{\mathbf{r}} .$$
(4.13)

Eine planare sekundäre Quellenverteilung von Monopolquellen (G(j, J, w)=1) in der Frontalebene bei x=0 synthetisiert im Abhörpunkt R (vgl. Gl. 4.7) den Schalldruck





Abbildung 4.5: Syntheseoperator nach Start [44]: Primärquelle Y und Empfänger R liegen in der xy-Ebene. Vektor r weist von Y zur Sekundärquelle M auf der Linie m, Dr zeigt von der Sekundärquelle zum Empfänger. Projektionen in die xy-Ebene sind mit Index 0 versehen.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> siehe Kapitel 2.2.2: Dreidimensionale (sphärische) Wellenausbreitung

Institut für Elektronische Musik und Akustik

Die Auswertung des exakten 3D Rayleigh Integrals (Gl. 4.14) in z-Richtung führt das Flächenintegral in ein Linienintegral entlang der y-Achse über. Um das zu erreichen, passt man die Bewegungsgleichung (Gl. 4.3) an die geometrischen Gegebenheiten (Abb. 4.5) an, wobei für  $\varphi = a \tan(y/x)$  und  $\vartheta = a \tan(z/\sqrt{x^2 + y^2})$  gilt, und erhält

$$jwr_{o}V_{n}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{w}) = S(\boldsymbol{w})\frac{exp(-jkr)}{r}\left\{\frac{sinj}{r\cos J}\frac{\partial G}{\partial j} + \frac{cosj}{r}\frac{sinJ}{\partial J}\frac{\partial G}{\partial J} + \frac{1+jkr}{r}G\cos j\cos J\right\}.$$
 (4.15)

Nach Einsetzen dieses Ausdrucks in Gleichung 4.14 erlangt das Rayleigh Integral die Form

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(z) exp(jk\phi(z)) dz \quad . \tag{4.16}$$

Zur Lösung von Integralen dieses Typs bedient man sich der "Stationary Phase Method" [7]. Diese Näherungsmethode beruht darauf, dass für eine vertikale Quellenverteilung entlang der Linie m ein Punkt der stationären Phase von f (d.h. f'=0) unter der Bedingung  $kr_0 >>1$ gefunden werden kann. Das ist der Schnittpunkt der Linie m mit der y-Achse, in Abbildung 4.5 mit  $z_0$  bezeichnet. Die Quelle in diesem Punkt liefert im Vergleich zu allen anderen Punktquellen M entlang m den größten Beitrag zur Synthetisierung des Schallfeldes und fungiert in weiterer Folge als genäherter Repräsentant für alle Punktquellen entlang m. Wendet man das Verfahren auf alle sekundären Spaltenquellen in der yz-Ebene an, resultiert daraus eine sekundäre Linienverteilung entlang der y-Achse. Als Zwischenergebnis für den synthetisierten Schalldruck erhält man das  $2\frac{1}{2}D$  Rayleigh Integral

$$P_{synth} = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\Delta r_0}{r_0 + \Delta r_0}} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \frac{\exp(-jkr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{\exp(-jk\Delta r_0)}{\Delta r_0} dy \quad .$$
(4.17)

Der Amplitudenfaktor  $\sqrt{\Delta r_0/(r_0 + \Delta r_0)}$  in Gleichung 4.17 ist abhängig von **D** $r_0$ , der Distanz Sekundärquelle-Abhörpunkt. Somit wäre die Gewichtung jedes Lautsprechers eine Funktion des jeweiligen Abhörpunktes **R**, was nicht realisierbar ist [44].

Eine praktikable Lösung wird erreicht, wenn man eine durch erneute Anwendung der "Stationary Phase Method" errechnete Referenzlinie  $x=Dx_0$  verwendet (Abb. 4.6). Das führt zu einem konstanten Amplitudenfaktor für alle Zuhörer entlang dieser Linie.



Abbildung 4.6: Die Suche nach einem Punkt stationärer Phase entlang der Linie L führt auf den Schnittpunkt  $y_0$  der sekundären Linienquelle L mit der Verbindungslinie Primärquelle-Empfänger (r, Dr).

Für Positionen entlang der Linie  $x=Dx_0$  ist der Amplitudenfaktor  $\sqrt{\Delta x_o/(x_o + \Delta x_o)}$  nun konstant und liefert die korrekte Druckamplitude. In den Abhörpunkten abseits der Referenzlinie ergeben sich allerdings Amplitudenfehler, die jedoch durch geeignete Adjustierung des Referenzabstandes  $Dx_0$  minimiert werden können [41][45].

Die Genauigkeit der Näherung durch den Referenzabstand hat denselben Grad wie die Näherung der Integration in z-Richtung, bedeutet also keine Qualitätsminderung des Resultats von Gleichung 4.17. Der synthetisierte Schalldruck wird somit angeschrieben als

$$P_{synth} = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\Delta x_0}{x_0 + \Delta x_0}} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} \frac{\exp(-jk\Delta r)}{\Delta r} dy \quad .$$
(4.18)

Aus der Definition des  $2\frac{1}{2}D$  Syntheseoperators (Gl. 4.18) für eine Linienverteilung von Monopolquellen lässt sich als Funktion für das Antriebssignal  $Q_m$  der Lautsprecher

$$Q_m(y,\omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta x_0}{x + \Delta x_0}} G(\varphi, 0, \omega) \cos \varphi \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}}$$
(4.19)

extrahieren. Für das Antriebssignal  $Q_d$  einer Linienverteilung sekundärer Dipolquellen ergibt eine analoge Ableitung des Rayleigh Integral II (Gl. 4.9) die Funktion

$$Q_{d}(y,\omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{1}{2\pi j k}} \sqrt{\frac{\Delta x_{0}}{x_{0} + \Delta x_{0}}} G(\varphi,0,\omega) \frac{exp(-jkr)}{\sqrt{r}} .$$
(4.20)

Die Gültigkeit des  $2\frac{1}{2}D$  Operators aus Gleichung 4.18 lässt sich im Fernfeld beweisen [44]. Dazu geht man vom Zwischenergebnis der Gleichung 4.21 aus. Für weit von den Sekundärquellen entfernte Zuhörerpositionen wird darin **D**r/r>>1, und man notiert

$$P_{synth} = S(w) \sqrt{\frac{jk}{2p}} \int_{-\infty}^{\infty} \cos j \, \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} \frac{\exp(-jk\Delta r)}{\Delta r} dy_{\perp} \quad \text{wobei } \frac{\Delta r}{r} >> 1$$
(4.21)

für das synthetisierte Schalldruckfeld. Mit der Fernfeldnäherung der Normalkomponente der Teilchengeschwindigkeit  $V_x^{Linie}$  einer Linie von Monopolpunktquellen

$$V_{x}^{\text{Linie}}(\boldsymbol{y}_{L}) = \frac{1}{\boldsymbol{r}_{o}\boldsymbol{c}}\sqrt{\frac{2\boldsymbol{p}}{j\boldsymbol{k}}}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{w})\boldsymbol{cos}(\boldsymbol{j})\frac{\boldsymbol{exp}(-j\boldsymbol{k}\boldsymbol{r})}{\sqrt{\boldsymbol{r}}}$$
(4.22)

erhält der Ausdruck (Gl. 4.23) die selbe Form wie das 3D Rayleigh Integral (Gl. 4.7).

$$P(\mathbf{r}_{R}) = \frac{1}{2\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} j \mathbf{w} \mathbf{r}_{0} V_{x}^{\text{Linie}}(\mathbf{y}_{L}) \frac{\mathbf{e} \mathbf{x} \mathbf{p}(-j\mathbf{k}\Delta \mathbf{r})}{\Delta \mathbf{r}} d\mathbf{y}_{L} \qquad \text{für } \frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}} >> 1 .$$
(4.23)

Zur Rekonstruktion des Wellenfeldes einer primären Monopol-Punktquelle mit einer horizontalen Linienverteilung von Monopolquellen muss die Quellstärke jeder sekundären Punktquelle proportional zur Normalkomponente der Teilchengeschwindigkeit  $V_x^{\text{Linie}}$  einer durch den Ort der Primärquelle laufenden vertikalen Monopol-Linienquelle sein.

Die zu Beginn der Ableitung getroffene Annahme, dass alle Quellen und Zuhörer in der selben Ebene positioniert sein müssen, gilt nach wie vor. Vertikale Auslenkung der Sekundärquellen, die klein gegenüber der Distanz Primär- zu Sekundärquelle und gegenüber dem Abstand Sekundärquelle zu Zuhörer sind, können jedoch vernachlässigt werden [5].

#### Gekrümmte Linienformen

Der 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>D Syntheseoperator kann auf beliebige sekundäre Linienverläufe erweitert werden, lediglich eine Anpassung der Schreibweise an die Geometrie (Abb. 4.7) allgemeiner Kurvenformen ist notwendig [44].

Als Funktion der Lautsprechersignale  $Q_m$  erhält man für sekundäre Monopolquellen

$$Q_m(\bar{r},\omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta r}{r+\Delta r}} \cos \varphi \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} , \qquad (4.24)$$

und für sekundäre Dipolquellen

$$Q_{d}(\vec{r},\omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{1}{2\pi jk}} \sqrt{\frac{\Delta r}{r+\Delta r}} \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} . \qquad (4.25)$$



Abbildung 4.7: Anpassung des Syntheseoperators an die geometrischen Verhältnisse allgemeiner Kurven

#### Fokussierungsoperator

Im Prinzip bewerkstelligen die Rayleigh Integrale die Extrapolation (Ausbreitung) des Schallfeldes einer Punktquelle. Mit einer Verteilung von Empfängern wird z.B. das Feld einer Punktquelle an diskreten Positionen abgetastet. Die Umkehrung des akustischen Pfades<sup>16</sup> bedeutet, dass durch entsprechende Gewichtung einer Senderanordnung der abgestrahlte Schall in einem Punkt fokussiert werden kann.

In Bezug auf die Wellenfeldsynthese folgt daraus, dass eine Lautsprecheranordnung nicht nur hinter dem Array liegende Quellen reproduzieren kann, sondern auch solche, die zwischen dem Array und dem Zuhörer positioniert sind. Dabei strahlt das Lautsprecherarray konvergente konkave Wellenfronten ab, in deren Fokus eine virtuelle Quelle erzeugt wird. Von dort aus erfolgt eine divergente Ausbreitung konvexer Schallwellen in das Abhörgebiet (Abb. 4.8). Für Zuhörer, die vor der so erzeugten Quelle verweilen, wird der Eindruck eines im Raum ("in-front") ortbaren Schallereignisses hervorgerufen [48].



Abbildung 4.8: Der Bereich, in dem Quellen vor dem Array erzeugt werden können, ist grau unterlegt.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Inverse Extrapolation von Wellenfeldern [3] findet in der akustischen Nahfeld-Holografie (NAH) zur Ermittlung der Schallabstrahlung von Maschinen Anwendung [50].

Die Erzeugung virtuell "in-front" positionierter Schallquellen steht keineswegs in Konflikt mit dem, für die Gültigkeit des Kirchhoff-Helmholtz Integrals geforderten, quellenfreien Reproduktionsraum. Nach wie vor existiert keine reale Quelle im Gebiet zwischen Lautsprecher und Zuhörer, wodurch die Übereinstimmung mit der Theorie fortbesteht [9].

Mit derselben Methode, die zur Entwicklung des 2½D-Syntheseoperators (Gl. 4.18) führt, erhält man als Funktion zur Ansteuerung einer sekundären Verteilung von Monopolquellen

$$\mathbf{Q}_{m}^{foc}(\mathbf{y}, \mathbf{w}) = \mathbf{S}(\mathbf{w}) \sqrt{\frac{k}{2pj}} \sqrt{\frac{\Delta x_{o}}{\Delta x_{o} - x_{o}}} \cos j_{o} \frac{\exp(+jkr_{o})}{\sqrt{r_{o}}} .$$
(4.26)

Für den Fall einer sekundären Dipolverteilung resultiert als Funktion der Antriebssignale

$$Q_{d}^{foc}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{w}) = -S(\boldsymbol{w})\sqrt{\frac{j}{2\boldsymbol{p}\boldsymbol{k}}}\sqrt{\frac{\Delta\boldsymbol{x}_{o}}{\Delta\boldsymbol{x}_{o}-\boldsymbol{x}_{o}}}\frac{\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}\boldsymbol{p}(+j\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_{o})}{\sqrt{\boldsymbol{r}_{o}}} .$$
(4.27)

Eine Gegenüberstellung dieser Gleichungen mit den Ergebnissen für hinter dem Array positionierte Quellen (Gl. 4.19, 4.20, 4.24, 4.25) verdeutlicht die wesentlichen Unterschiede:

- Änderung des Faktors  $\sqrt{1/j}$  auf  $\sqrt{j}$ , was einer Phasendrehung um  $\pi/4$  entspricht
- Die Umformung von *exp(-jkr)* auf *exp(+jkr)* korrespondiert mit konkaver beziehungsweise konvexer Ausbreitung der Wellenfronten

Um eine zusammengefasste Schreibweise aller Operatoren zu erreichen, werden diese Unterschiede berücksichtigt und man erhält mit  $z = \Delta x_o/x_o$ , für Monopolquellen

$$Q_{m}^{gen}(y,\omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{sign(\zeta)k}{2\pi j}} \sqrt{\frac{\zeta}{\zeta-1}} \cos \varphi \frac{\exp(sign(\zeta)jkr)}{\sqrt{r}} , \qquad (4.28)$$

und für eine sekundäre Dipolverteilung

$$Q_{m}^{gen}(y,\omega) = \frac{S(\omega)}{j} \sqrt{\frac{sign(\zeta)}{2\pi jk}} \sqrt{\frac{\zeta}{\zeta-1}} \cos \varphi \frac{exp(sign(\zeta)jkr)}{\sqrt{r}} .$$
(4.29)

Diese Gleichungen bilden die Grundlage für die Berechnung der Lautsprechergewichte im Simulationsprogramm (Kapitel 5) und bei der Implementation des Audio Interface (Kapitel 6).

#### Einbindung der Abstrahlcharakteristik der Lautsprecher

Ein Aspekt bei der Planung von Wiedergabeeinrichtungen, die in Wellenfeldsynthese betrieben werden sollen, ist die Einbindung der Abstrahlcharakteristik G der verwendeten Lautsprecher. Unter Fernfeldbedingungen (kr >>1) ist die Annahme einer, von der Distanz unabhängigen, Funktion G(j, W) gültig.

Das Abstrahlverhalten der gedachten primären Linienquelle wurde im Ansatz (Gl. 4.13) zur Entwicklung des Syntheseoperators bereits berücksichtigt und ist invers verknüpft mit der Abstrahlcharakteristik der sekundären Lautsprecher [51]:

$$G_{\text{Linie}}(\phi,\omega) = \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \frac{\cos\phi}{G_{\text{LS}}(\phi,\omega)} .$$
(4.30)

Zur Verdeutlichung werden zwei spezielle Abstrahlcharakteristika behandelt:

Die Arraylautsprecher haben Monopolcharakteristik, die Linienquellen sind Dipole:

$$G_{LS}(\phi,\omega) = 1 \implies G_{Linie}(\phi,\omega) = \sqrt{\frac{jk}{2\pi}}\cos\phi$$
 (4.31)

Die Arraylautsprecher haben Dipolcharakteristik, die Linienquellen sind Monopole:

$$G_{LS}(\phi,\omega) = jk\cos(\phi) \implies G_{Linie}(\phi,\omega) = \sqrt{\frac{1}{2\pi jk}}$$
 (4.32)

Adaptiert man die Lautsprechersignale  $Q_m$  nach Gleichung 4.30, transferiert man dadurch die Abstrahlcharakteristik der Lautsprecher virtuell auf jene der gedachten primären Quelle. Nichtideale Abstrahlcharakteristika einzelner Lautsprecher können auf diese Weise kompensiert werden. Im Prinzip kann jeder Typ von Lautsprecher für Anwendungen der Wellenfeldsynthese benutzt werden. Wichtig ist, dass bei lautsprecherbasierten Implementationen alle verwendeten Lautsprecher einheitliche Charakteristik aufweisen [51].

In der Praxis werden die Richtdiagramme der verwendeten Lautsprecher messtechnisch erfasst und zur Berechnung der Signalgewichte in einer Tabelle abgespeichert<sup>17</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> siehe auch Kapitel 6.3: Software

### 4.2.2 Artefakte durch endliche Abmessungen

In der Praxis limitiert man die seitliche Ausdehnung des Arrays. Der Reproduktionsbereich (Abb. 4.9) reduziert sich dadurch auf jene Positionen, für die, entlang der sekundären Quellenverteilung, ein stationärer Phasenpunkt gefunden werden kann.



Abbildung 4.9: angenähertes Reproduktionsareal für a) hinter dem Array positionierte Primärquellen b) vor dem Array fokussierte Primärquellen.

Durch endliche Integrationsgrenzen fallen nun die Beiträge der Quellen außerhalb des aktiven Bereichs des Arrays zur Rekonstruktion weg. Der so entstehende Fehlerterm  $\varepsilon$  (Gl. 4.33) ruft Artefakte hervor. Im synthetisierten Wellenfeld treten Schattenwellen auf, deren Ausbreitungszentren in den Unstetigkeitsstellen des Arrays liegen (Abb. 4.10a).

$$\varepsilon(\omega) = \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sum_{m=-\infty}^{(M+1)} P(y_m, \omega) \cos(\varphi_m) \frac{\exp(-jk\Delta r_m)}{\sqrt{\Delta r}} \Delta y + \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sum_{m=M+1}^{\infty} P(y_m, \omega) \cos(\varphi_m) \frac{\exp(-jk\Delta r_m)}{\sqrt{\Delta r}} \Delta y$$
(4.33)

Diese Erscheinung verursacht der menschlichen Hörwahrnehmung Schwierigkeiten bei der Lokalisation von Schallereignissen. Wenn das Zeitintervall zwischen der erwünschten und der Schattenwellenfront etwa 50ms übersteigt, werden separate Echos hörbar. Für kürzere Zeitintervalle tritt spektrale Signalverfärbung (Kammfilter Effekt) auf, welche Einfluss auf die Auswertung binauraler Faktoren in der Hörwahrnehmung nimmt [6][53].

#### Kompensationsquellen

Ein Weg zur Reduktion dieser Artefakte ist das Hinzufügen von Kompensationsquellen (Abb. 4.10c), die mit einem, dem Fehlerterm *e* genäherten, Fehlersignal beaufschlagt werden

$$Q_m(\bar{r}_{edge},\omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{1}{2\pi jk}} \sqrt{\frac{\Delta x_0}{x_0 + \Delta x_0}} \frac{\cos\varphi_{edge}}{\sin\varphi_{edge} - \sin\beta_0} \frac{\exp(-jkr_{edge})}{\sqrt{r_{edge}}} .$$
(4.34)

und so die Schattenwellen weitgehend eliminieren [53]. Das Resultat sind deutlich reduzierte Störungen, deren Wellenfront aber immer noch klar erkennbar ist (Abb. 4.10d). Außerhalb des Reproduktionsbereichs vergrößert sich die Störung.

#### Fensterungsmethode (Tapering Window)

Die andere Methode beruht darauf, die Energie der Schattenwelle zeitlich und räumlich zu "verschmieren" [50]. Dazu blendet man die Amplituden der Lautsprechersignale an den Enden des Arrays z.B. mit einer Cosinusfunktion aus. Die Fehlerenergie wird dadurch zwar nicht kompensiert, die zeitliche Aufweitung verhindert aber ein hörbares Echo. Außerhalb des Reproduktionsbereichs werden die Artefakte ebenso abgeschwächt (Abb. 4.10b). Für die Implementierung in Echtzeitsystemen ist die Fensterungsmethode zu favorisieren [48].



Abbildung 4.10:

a) Durch die endliche Länge des Arrays werden deutlich sichtbare Schattenwellen hervorgerufen.

b) Die Anwendung der Fensterungsmethode (Tapering Window) "verschmiert" die Artefakte.

c) Das von den Kompensationsquellen produzierte Signal  $\epsilon$ 

d) Ergebnis der Kompensationsmethode.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Störung durch endliche Abmessungen der Anordnung abnimmt, je kleiner der Beitrag der äußersten Lautsprecher zur Rekonstruktion des Schallfeldes ist, also je näher zum Zentrum des Arrays die virtuelle Quelle verschoben wird. Wenn eine Anordnung von mehreren Arrays Ecken aufweist, so werden dadurch im Vergleich zu den durch die endliche Ausdehnung verursachten Fehlern nur vernachlässigbare Störungen hervorgerufen [48].

# 4.2.3 Räumliches Aliasing durch Diskretisierung<sup>18</sup>

Reale Anwendungen der Wellenfeldsynthese erfordern eine Näherung der infinitesimal fein angeordneten Sekundärquellen durch diskret positionierte Lautsprecher. Die bisher in diesem Kapitel entwickelten Integrale zur Berechnung der Antriebssignale werden durch Summen

$$\int F(x) dx \quad \to \quad \sum_{n} F_{n} \Delta x \tag{4.35}$$

ersetzt. Analog zur Abtastung im Zeitbereich ergeben sich dadurch Einschränkungen bezüglich des Wiedergabefrequenzbereichs. Das räumliche Sampling Theorem

$$f_{max} = \frac{c}{2\Delta x} \le f_{Nyq} = \frac{c}{2\Delta x \sin\theta}$$
(4.36)

muss erfüllt sein, wobei Dx der Abstand zwischen den Lautsprechern ist.

Eine Begrenzung des Frequenzbandes der Primärquellen auf die Nyquistrate (Gl. 4.36) würde zwar Aliasing verhindern, klangliche Einbußen sind aber nicht im Sinne einer qualitativ hochwertigen Audiowiedergabe [45].

#### Reduktion der räumlichen Bandbreite

In Abbildung 4.11a ist der Fall eines Arrays, dessen Lautsprecher in zu großen Abständen Dx angeordnet sind. Es entsteht eine räumliche Überlagerung der Komponenten (Aliasing). Als praktikable Lösung bietet sich die räumliche Bandbreitenreduktion [47] an.

Der Vorgang gliedert sich in 3 Schritte:

- Reduktion der räumlichen Bandbreite durch Überabtastung des Eingangssignals der Lautsprecher und ein räumliches Anti-Aliasing-Filter. Das einfallende Schallfeld wird mit sehr feiner Auflösung abgetastet (Δℓ = π/k<sup>Δℓ</sup><sub>x,N</sub>, Abb. 4.11b) und anschließend einer räumlichen Tiefpassfilterung (k<sup>co</sup><sub>x</sub> = k<sup>Δx</sup><sub>x,N</sub> = π/Δx < π/Δℓ = k<sup>Δℓ</sup><sub>x,N</sub>, Abb. 4.11c) unterzogen.
- Abasten (Resampling) dieses Wellenfeldes an den Positionen der Lautsprecher (A/D-Wandler). Die Periodizität im kx-k-Diagramm (Abb. 4.11d) entspricht jener aus Abbildung 4.11a, jedoch diesmal ohne räumliches Aliasing.
- Rekonstruktion des Wellenfeldes aus den erhaltenen Abtastwerten durch Ansteuerung von gerichteten Lautsprechern mit diesem adaptierten Eingangssignal (D/A-Wandler).

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> siehe auch Kapitel 2.3: Zweidimensionale Fouriertransformation

Die Form des Rekonstruktionsfilters wird durch die Abstrahlcharakteristik der Lautsprecher bestimmt (Abb. 4.11e) und lässt sich durch spezielles Design der Abstrahlfläche gestalten [20, 28].



a) Abtastung mit dem Intervall **D**x, Aliasing entsteht.

b) Überabtastung mit dem Intervall Dl, kein Aliasing

c) Räumliche Tiefpass-Filterung, cut-off Frequenz p/Dx

d) Resampling mit Dx

e) Räumliches Rekonstruktionsfilter

# 4.3 Praktisches Konzept der Wellenfeldsynthese

Die Wellenfeldsynthese ist ein Modell zur Umsetzung des holografischen Ansatzes in der Akustik (Abb. 4.12). Das vollständige Konzept [4][5] zur Behandlung komplexer akustischer Problemstellungen umfasst Datenakquisition, Verarbeitung, Übertragung und Wiedergabe. Die Anwendungen reichen von Systemen zur flexiblen Gestaltung der Akustik von Aufführungsorten [45][50] bis hin zur Modellierung virtueller Räume und Einbettung von Schallereignissen in synthetisierte akustische Umgebungen [55][40]. Um Vorteile und Synergien zu nutzen, sind auch Teillösungen und Kombinationen mit anderen Ansätzen zur Schallfeldreproduktion möglich [33][42][43][10].

## 4.3.1 Trennung der Schallfeldanteile

Der akustische Übertragungsweg zwischen Quelle und Empfänger wird durch die Impulsantwort oder deren Fouriertransformierte, die Übertragungsfunktion, beschrieben. Zur Realisation des Konzepts der Wellenfeldsynthese wird eine getrennte Bearbeitung der zeitlichen und energetischen Teilbereiche dieser Übertragungseigenschaften durchgeführt:

- Direktschall ( $\Delta t=0$ ) frühe Reflexionen (20ms <  $\Delta t \le 100$ ms)
- Pseudodirektschall ( $0 \le \Delta t \le 20$ ms) diffuser Nachhall ( $\Delta t \ge 100$ ms)

Dadurch wird die separate Kontrolle aller Komponenten des Schallfeldes ermöglicht.



Abbildung 4.12: Aufnahme- und Wiedergabeschema der Wellenfeldsynthese. Die Komplexität der Umsetzung kann der Leistungsfähigkeit und dem Umfang der verfügbaren Hardware angepasst werden. Starke Ähnlichkeit der Wellenfeldsynthese besteht auch zum Konzept der Audio-Objekte und Szenen-Deskriptoren in MPEG4 [21].

Die Wellenfeldsynthese dient nicht bloß zur Nachbildung von real existierenden Klangräumen, sondern hat das Potential, "virtual reality" zu schaffen. In diesem Zusammenhang beschreibt der Begriff "Auralisation" den Prozess der Einbettung des Schallfeldes einer Quelle in eine akustische Szene, mit dem Ziel das reale binaurale Hörerlebnis zu simulieren [55]. Ein homogenes<sup>19</sup> kohärentes<sup>20</sup> Schallfeld soll erzeugt werden. Bevor die Reproduktion des Wellenfeldes erfolgen kann, müssen die Eigenschaften des nachzubildenden Schallfeldes erfasst werden. Dies kann auf zwei Arten geschehen [23]:

## 4.3.2 Modellbasierter Ansatz ("model based approach")

Modellbasierte Systeme beinhalten eine parametrische Beschreibung der akustischen Umgebung. Der Vorteil von modellbasierten Systemen ist die Möglichkeit der Neuberechnung der Parameter bei Bewegung von Quellen in Echtzeit, sodass dynamisch positionierte Schallquellen mit begrenztem Aufwand an Rechenleistung reproduziert werden können (Abb. 4.13).

#### Kodierung

Das Direktsignal jeder Quelle wird als eigener Kanal aufgezeichnet. Crosstalk-Effekte mit anderen Quellsignalen verschlechtern die räumliche Stabilität bzw. Schärfe und sind durch möglichst nahe an den Quellen platzierte Mikrofone minimierbar ("close-miking"). Finden viele akustische Ereignisse gleichzeitig statt (Orchester), geht man zum Konzept der "notional-sources" über. Dabei wird z.B. eine Gruppe von Musizierenden durch ein gemeinsames Mikrofon in geeignetem Abstand erfasst. Die physikalische Anzahl an Quellen und an Aufnahmekanälen wird reduziert, ebenso die Exaktheit der räumlichen Wiedergabe, denn das so erhaltene Signal stimmt nicht mehr mit einer physikalischen Einzelquelle überein. Zur Synthese müssen auch die Raumkoordinaten jeder Quelle bekannt sein. Bei bewegten Quellen (z.B. Theater) ist Tracking der Position erforderlich.

Für die Ermittlung der Filterkoeffizienten des Nachhallmodells ist eine Aufzeichnung der vom Aufführungsraum abhängigen Anteile des Schallfeldes ("Ambience") hilfreich.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> homogenes Schallfeld: Bei konstanter Entfernung zu einer Quelle muss die Energie des reproduzierten Schallfeldes unabhängig von der Einfallsrichtung konstant sein – es gibt keine bevorzugten Richtungen.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> kohärentes Schallfed: Die Ortung einer Quelle, wenigstens in einem definierten Bereich um die ideale Hörposition, ist unabhängig von der akutellen Abhörposition.

### Verarbeitung und Übertragung

Frühe Reflexionen werden mit "tapped delay lines", Nachhallfahnen durch Kombination von Allpass- und Kammfiltern repräsentiert (Abb. 4.13). Die modellierten Signale werden als neue, separate Schallquellen betrachtet. Vor der Summation der Einzelanteile erfolgt die Gewichtung (Amplitude und Phase) entsprechend der Position der jeweiligen Quelle. Das Summensignal jedes Lautsprechers wird nach Entzerrung des Wiedergaberaumes dem Wiedergabearray zugeführt.



Abbildung 4.13: Schematische Darstellung der Signalverarbeitung für den modellbasierten Ansatz

# 4.3.3 Datenbasierter Ansatz ("data based approach")

Ein sehr hoher Grad an Authentizität wird mittels exakter Messung der akustischen Eigenschaften einer nachzubildenden Umgebung erreicht. Die so erhaltenen Impulsantworten werden bei der Wiedergabe mit den trockenen Quellsignalen gefaltet. Für jede neue Quellposition ist der Messvorgang zu wiederholen (Abb. 4.14).

### Kodierung

Die Aufzeichnung der trockenen Quellsignale erfolgt analog zum modellbasierten Ansatz. Die Erfassung der Raumeigenschaften wird für jede Quelle separat vorgenommen. Entlang zweier normal zueinander stehender Linien im interessierenden Sektor eines Raumes wird dabei in kleinen Schritten (z.B.  $\Delta x = 4$ cm) an jeder Messposition die Impulsantwort erfasst [55]. Zirkuläre Anordnungen von Mikrofonen wurden ebenfalls erfolgreich erprobt [24].

### Verarbeitung und Übertragung

Zur Reproduktion muss eine der Lautsprecheranzahl entsprechende Menge langer FIR-Filter (> 1000 taps) in den Signalpfad eingefügt werden. Deren Filterkoeffizienten können, nach Separation der Einfallsrichtung der Wellen, aus den gemessenen Impulsantworten bestimmt werden. Wenn die Mikrofon- und Arraypositionen nicht übereinstimmen, ist zusätzlich eine Extrapolation der Daten ("wave field extrapolation", [21]) vorzunehmen. Die Entzerrung des Wiedergaberaumes erfolgt auch für den datenbasierten Ansatz.



Abbildung 4.14: Schematische Darstellung der Signalverarbeitung für den datenbasierten Ansatz

# 4.3.4 Wiedergabemethoden

Eine mögliche Anordnung zeigt Abbildung 4.15a. Linienarrays von Lautsprechern, idealerweise auf Ohrhöhe, sind am Rand des Abhörraums angebracht. Es entsteht ein Schallfeld ohne ausgeprägten "sweet-spot"<sup>21</sup>, in dem sich der Zuhörer großräumig bewegen kann. Die Positionierung der virtuellen Quellen beschränkt sich nicht nur auf hinter den Lautsprecherarrays liegende Orte. Scheinbar vor dem Array liegende Quellen sind für jene Hörer, die sich vor dem Fokussierungspunkt<sup>22</sup> befinden, wahrnehmbar (Abb. 4.15b,c) [48].

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> "sweet spot": Einziger idealer Abhörpunkt bei der Stereowiedergabe

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> siehe Kapitel 4.2.1: Syntheseoperatoren: Fokussierungsoperator



Abbildung 4.15: a) Praktisches Layout b) Quelle außerhalb des Hörbereichs c) innerhalb des Hörbereichs

Abhängig von der Komplexität des Modells sind verschiedenste Anwendungen realisierbar [48]:

• Kino:

Die Lautsprecher-Arrays können leichter als bei Heimanwendungen in die umgebenden Wände und rund um die Leinwand integriert werden. Surroundeffekte sind nicht mehr an die Position der Lautsprecher gebunden, sondern überall im Raum verteilbar. Da die Eingangssignale des Systems aus trockenen Einzelquellen bestehen, ist eine individuelle Anpassung an die Raumabmessungen möglich.

- "virtual reality"-Anwendungen (z.B. in Simulatoren): Die Fähigkeit des WFS-Konzepts, kohärente Schallfelder zu erzeugen, gibt dem Benutzer Bewegungsfreiheit. Mehrere Anwender können gleichzeitig die Simulation erleben. Die Möglichkeit, Quellen im Raum zu positionieren, liefert realitätsnahe Eindrücke.
- Telekonferenzsysteme:

Verminderung von Problemen bei der Lokalisation einzelner Sprecher [11][12].

• Theater:

Wirkungsvolle Spatialisation von Sprechern bzw. Sängern, speziell in Kombination mit dem Tracking der Bewegungen der Akteure [48].

• Heimanwendungen:

Die Abwärtskompatibilität zu herkömmlichen Stereo- und Surroundformaten besteht. Kostensenkend können Einschränkungen bei der Anzahl der Kanäle, z. B. an den Seitenwänden, gemacht werden, wenn keine virtuellen Quellen aus diesen Richtungen wiedergegeben werden sollen. Die Entwicklung von Flächenstrahlern (Distributed Mode Loudspeakers, DMLs) setzt hier neue Maßstäbe bei der Integration der Schallquellen in Decken und Wände [8] [15].

# **5** Simulation von Schallfeldern

Die Entwicklung komplexer Systeme kann durch den Einsatz der elektronischen Datenverarbeitung wesentlich zielgerichteter und flexibler gestaltet werden. Simulationen unterstützen die Spezifikation, das Design und die Herstellung von Prototypen. Verschiedene Konfigurationen können getestet und Fragen zur Funktion der Anwendung erörtert werden. Zu diesem Zweck wurde in MATLAB eine Entwicklungsumgebung geschaffen, die das reproduzierte Schallfeld beliebig angeordneter und gewichteter Lautsprecher-Arrays berechnet und, visuell aufbereitet, einer Analyse zugänglich macht.

In der entwickelten Testumgebung können schon vor der Erstellung eines Prototyps wichtige Aussagen über die Qualität des reproduzierten Schallfeldes getroffen werden. Die Darstellung kann in beliebigen Schnittebenen parallel zu den drei Hauptebenen des karthesischen Koordinatensystems erfolgen. Artefakte wie räumliches Aliasing oder erwünschte Effekte wie Fokussierung und Drehung des Schallfeldes ("Beam Steering") sind dadurch erkennbar. Weiters ist es möglich, den zeitlichen Verlauf der Schallausbreitung zu simulieren und die Abweichungen des synthetisierten Feldes gegenüber dem Referenzschallfeld zu untersuchen. Als primäres Quellsignal kann zwischen einem Impuls mit variabler Teiltonanzahl und einer einzelnen Sinusschwingung beliebiger Frequenz gewählt werden. Neben der freien Anordnung der sekundären Schallquellen können auch unterschiedliche Methoden zu deren Gewichtung erprobt werden.

# 5.1 Konzept der Simulationssoftware

Die Gliederung der Programmteile orientiert sich an herkömmlichen Simulationsprozessen.



Abbildung 5.1:Prinzipielle Übersicht der MATLAB Simulations-Software

Im Konfigurationsteil werden die zur Laufzeit unveränderlichen Werten definiert, wie z.B. die Quellanordnung. Bevor mit der Synthese des Schallfeldes begonnen wird, müssen die Gewichtungskoeffizienten der Sekundärquellen ermittelt werden (Preprocessing). Die Messung des reproduzierten Schallfeldes erfolgt im Frequenzbereich an diskreten Raumpunkten (Solver). Nachfolgend werden die dreidimensionalen Messdaten grafisch aufbereitet und zur Interpretation bereitgestellt (Postprocessing).

# 5.1.1 Konfiguration

### Primärquellen

Die Referenzquellen, deren Schallfeld mit der Sekundäranordnung reproduziert werden soll, werden als Primärquellen bezeichnet (Abb. 5.2) und sind Punktquellen mit omnidirektionaler Abstrahlung. Für die Simulation sind folgende Parameter anzugeben:

- Art des Primärsignals (Impuls, Sinus): Das Quellsignal wird durch einen Partialtonvektor (Spektrum) repräsentiert. Sinusförmige Signale bestehen demnach aus einem einzelnen Frequenzeintrag. Für impulshafte Signale wird eine Fundamentalfrequenz und die Anzahl der gewünschten Partialtöne angegeben. Deren Amplituden werden mit einer Gaußfunktion gewichtet.
- Orte der Primärquellen: Bezüglich der Positionierung ergeben sich durch die Abmessungen der sekundären Anordnung Einschränkungen. Der Zusammenhang wird nachstehend unter "Quell- und Zielbereich" erläutert.

#### Sekundärquellen

Die Sekundärquellen bilden die zu untersuchende Lautsprecheranordnung. Für die Angabe der sekundären Quellpositionen (Abb. 5.2) stehen Hilfsmittel zur Erzeugung von horizontalen, vertikalen oder gekrümmten Linienanordnungen zur Verfügung. Als Eingabewerte für das Preprocessing extrahiert das Simulationsprogramm daraus die

- Anzahl der Sekundärquellen (= Lautsprecher)
- Orte der Sekundärquellen.

#### **Quell- und Zielbereich**

Die Positionierung der Primärquellen ist gewissen Einschränkungen unterworfen. Aus der Bedingung, dass für die Reproduktion von Schallquellen in Wellenfeldsynthese ein stationärer Phasepunkt entlang des Bereichs der sekundären Quellanordnung gefunden werden muss, ist nur für Quellen innerhalb eines begrenzten Areals<sup>23</sup> eine Abbildung in den Zielbereich möglich. Für z.B. eine ebene Konfiguration (Abb. 5.2) lässt sich der zulässige Bereich der Primärquellpositionen wie folgt über Geradengleichungen festlegen, wobei eine Unterscheidung in vor und hinter dem Array liegende Primärquellen erfolgt.

$$|y_{P}| < |y_{R} + (y_{S} - y_{R})\frac{x_{P} - x_{R}}{x_{S} - x_{R}}|$$
 für  $x_{P} \le 0$  (5.1)

$$|y_{P}| < -y_{R} + (y_{S} + y_{R}) \frac{x_{P} - x_{R}}{x_{S} - x_{R}}$$
 für  $x_{P} > 0$  (5.2)



Abbildung 5.2 : Quell- und Zielbereich einer Lautsprecheranordnung in der xy-Ebene.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Die Situation ist vergleichbar mit dem Blick aus einem Fenster. Je weiter man vom Fenster entfernt im Raum steht, desto enger wird der durch diese Fensteröffnung einsehbare Bereich außerhalb des Raumes.

## 5.1.2 Preprocessing (Gewichtungskoeffizienten)

Durch die Belegung der Quellen mit komplexen Gewichten erhält die jeweilige Sekundär-Anordnung ihr charakteristisches Abstrahlverhalten<sup>24</sup>. Implementiert wurden Algorithmen zur Berechnung der Gewichte in Wellenfeldsynthese, und ein Modus zur experimentellen Gestaltung individueller Gewichtungsfunktionen. Die Gewichtungskoeffizienten stehen nach Abarbeitung des Preprocessing-Moduls als globale Variablen zur Verfügung und können so unabhängig von der Durchführung einer zeitaufwändigen Messung ermittelt werden.

#### Wellenfeldsynthesekoeffizienten für planare Anordnungen

Zur Berechnung der Gewichte von flächigen Lautsprecheranordnungen werden die 3D Syntheseoperatoren für Mono- und Dipolquellen (Gl. 4.10 und Gl. 4.11) verwendet. Die für das Signal der Monopolquellen benötigte Normalkomponente der Schallschnelle  $V_n$  ist proportional zur Projektion des Druckgradienten in Ausbreitungsrichtung. Bei Ausbreitung parallel zur x-Achse und mit dem Richtungscosinus u (Gl. 2.3) lautet die gesuchte Gleichung

$$V_{n}(\mathbf{r}, \mathbf{w}) = -\frac{1}{j\mathbf{w}\mathbf{r}_{o}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} P(\mathbf{r}, \mathbf{w}) = -\frac{1}{j\mathbf{w}\mathbf{r}_{o}} P(\mathbf{r}, \mathbf{w}) \mathbf{u} \quad .$$
(5.3)

#### Wellenfeldsynthesekoeffizienten für lineare Anordnungen

Die Gewichte für horizontale oder vertikale Linienarrays errechnet man aus dem  $2\frac{1}{2}D$ Syntheseoperator (Gl. 4.28 bzw. Gl. 4.29), der dazu in ein vom Signal der Primärquelle abhängiges Frequenzfilter H(w) und einen lautsprecherspezifischen Signaloperator  $Y_n$ aufgetrennt wird [48]. Für omnidirektionale sekundären Quellen ist das Frequenzfilter

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{\text{sign}(\zeta)k}{2\pi j}} , \qquad (5.4)$$

und die komplexe Gewichtungsfunktion des Lautsprechers n

$$\mathbf{Y}_{n} = \sqrt{\frac{z}{z-1}} \cos \mathbf{j}_{P,S_{n}} \frac{\exp(\operatorname{sign}(z) \mathbf{j} \mathbf{k} \mathbf{r}_{P,S_{n}})}{\sqrt{\mathbf{r}_{P,S_{n}}}} .$$
(5.5)

Darin bedeutet (siehe Abb. 5.3a)

$$r_{P,S_n} = \sqrt{(x_{S_n} - x_P)^2 + (y_{S_n} - y_P)^2 + (z_{S_n} - z_P)^2} \quad , \tag{5.6}$$

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> siehe Kapitel 3: Lautsprecherarrays

und weiters ist der Einfallswinkel

$$\cos \varphi_{P,S_n} = \frac{X_{S_n} - X_P}{r_{P,S_n}} \quad \text{bzw.} \quad \zeta = \frac{X_R}{X_P}. \tag{5.7}$$

Die Funktion zur Berechnung des Lautsprechersignals  $Q_n$  aus dem Quellsignal S(w) ist nun

$$\mathbf{Q}_{n}(\omega) = \mathbf{Y}_{n} \mathbf{H}(\omega) \mathbf{S}(\omega) .$$
(5.8)

Die Verwendung des 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>-D Operators setzt voraus, dass Primär- und Sekundärquellen sowie Zuhörer in einer gemeinsamen Ebene positioniert sind [5]. Stark vertikal oder horizontal ausgelenkte Arrays müssen zusätzlich aufeinander abgestimmt werden<sup>25</sup>.



Abbildung 5.3: a) vertikale und horizontale Linienarrays

b) Messgitter  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ 

#### Alternative Gewichtungsmethoden

Weitere Gewichtungsmethoden<sup>26</sup> lassen sich problemlos in das Modell einbinden. Der Gewichtungsoperator  $Y_n$  (Gl. 5.5) und das Filter H(w) (Gl. 5.4) repräsentieren in einer allgemeineren Schreibweise

$$Y_n H(\omega) = a_n(\omega) exp(j\theta_n(\omega))$$
(5.9)

eine komplexe Gewichtungsfunktion (Gl. 3.6), mit Phasenbelag  $q_n$  und Amplitudenfenster  $a_n$ .

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> siehe Kapitel 6.3: Mögliche Betriebsarten des Prototyps

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup>siehe Kapitel 3.2: Komplexe Gewichtung von Arrays

Institut für Elektronische Musik und Akustik

### 5.1.3 Solver (Messverfahren)

Innerhalb eines definierten Volumens soll das Schallfeld einer beliebigen Quellanordnung ermittelt werden. Zur Beschreibung der Feldeigenschaften dient der skalare komplexe Schalldruck (Gl. 2.11). Unter der Annahme, alle *N* Quellen haben eine omnidirektionale Abstrahlcharakteristik, ergibt sich der Gesamtschalldruck *P* bei einer Frequenz *w* im Punkt  $r_M$ als Summe über alle Einzelschalldrücke  $P_n$  [30]. Man erhält

$$P(\mathbf{r}_{M}, \mathbf{w}) = \sum_{n=1}^{N} P_{n}(\mathbf{r}_{M}, \mathbf{w}) = \sum_{n=1}^{N} S_{n}(\mathbf{w}) \frac{\exp(-jkr_{S_{n},M})}{r_{S_{n},M}} , \qquad (5.10)$$

mit der Distanz  $r_{s_n,M} = |\vec{r}_M - \vec{r}_{s_n}|$  zwischen Messpunkt *M* und Sekundärquelle *n* (Abb. 5.3b).

#### Impulshafte Quellsignale

Beinhaltet das Spektrum des Quellsignals *L>1* Partialtöne, erhält man den komplexen Schalldruck am Messpunkt *M* aus Gleichung 5.10 durch Superposition aller Frequenzanteile.

$$P(\mathbf{r}_{M}) = \sum_{l=1}^{L} P_{n}(\mathbf{r}_{M}, \mathbf{w}_{l}) = \sum_{l=1}^{L} \sum_{n=1}^{N} S_{n}(\mathbf{w}_{l}) \frac{\exp(-jk_{l}r_{S_{n},M})}{r_{S_{n},M}}$$
(5.11)

#### Beobachtung des zeitlichen Verlaufs

Will man die zeitliche Entwicklung des Schallfeldes observieren, muss die Beobachtungszeit t als weitere Variable miteinbezogen werden. Das Quellsignal  $S_n(w)$  wird als zeitinvariant angenommen. Die zeitabhängige Schalldruckfunktion im Messpunkt *M* lautet somit:

$$P(\mathbf{r}_{M},t) = \sum_{l=1}^{L} P_{n}(\mathbf{r}_{M},\mathbf{w}_{l},t) = \sum_{l=1}^{L} \sum_{n=1}^{N} S_{n}(\mathbf{w}_{l}) \frac{\exp(-j(k_{l}r_{S_{n},M}-\mathbf{w}_{l}t))}{r_{S_{n},M}}$$
(5.12)

#### **Messgitter / Räumliches Aliasing**

Zwischen dem Spektrum der darzustellenden Quellsignale und der Verteilung der Messpunkte besteht ein wichtiger Zusammenhang. Zur Vermeidung von räumlichem Aliasing ist die Rasterung des Messgitters (Abb. 5.3b) so klein zu wählen, dass das räumliche Abtasttheorem (Gl. 2.21) bezüglich der höchsten vorkommenden Frequenz  $f_{max}$  erfüllt bleibt.

$$\Delta x_{\max}, \Delta y_{\max}, \Delta z_{\max} < \frac{c}{2f_{\max}}$$
(5.13)

Das Abtasttheorem stellt eine Mindestanforderung an den Abstand der Messpunkte dar. Optisch ansprechende Ergebnisse erfordern eine vier- bis achtmal feinere Rasterung ("Spatial Oversampling", [34] [19]), wie aus Abbildung 5.4 ersichtlich ist. Noch höhere Oversampling-Faktoren bringen keine wesentliche Verbesserung der Bildqualität (Abb. 5.4f, g).



Abbildung 5.4: Zusammenhang zwischen Signalspektrum, Messgitter und Darstellungsqualität: obere Bildreihe:  $f_{max} = 2000 \text{ Hz} \rightarrow \Delta x_{max} = 0.085 \text{m}$ : oversampling  $\Delta x_{max}/\Delta x = b$ ) 1.70, c) 4.25, d) 8.50 untere Bildreihe:  $f_{max} = 800 \text{ Hz} \rightarrow \Delta x_{max} = 0.212 \text{m}$ : oversampling  $\Delta x_{max}/\Delta x = e$ ) 4.25, f) 10.60, g) 21.25

# 5.1.4 Postprocessor (Darstellung)

Die errechneten dreidimensionalen Daten des simulierten Schallfeldes sollen einer klaren Interpretation zugänglich gemacht werden. Dazu sind aussagekräftige Darstellungen notwendig. Physikalisch stellt der Schalldruck eine reellwertige, zeitlich veränderliche Größe dar. Da die Quellsignale als harmonische Sinusgrößen definiert wurden, erfolgt deren Berechnung in der komplexen Standardform (Gl. 2.21). Zur Visualisierung der Messdaten wird die reelle Standardform (Gl. 2.22) des Schalldrucks bevorzugt verwendet, da damit auch der räumliche bzw. zeitliche Verlauf der Wellenausbreitung darstellbar ist. Der Absolutwert des Schalldrucks wird für globale Aussagen über die Dämpfung der Druckamplitude herangezogen. Aus dem dreidimensionalen Datensatz extrahiert das Simulationsprogramm:

- Verläufe von Feldgrößen entlang einer definierten Geraden (Abb. 5.7a),
- 3D Darstellung der jeweiligen Größe in einer Ebene (Abb. 5.5a),
- beliebige Schnittflächen parallel zu den drei Hauptachsen (Abb. 5.5b,c),
- 3D Isobaren (Abb. 5.5d),
- die r\u00e4umliche Impulsantwort entlang einer Referenzlinie und
- den Zeitverlauf (Film) der Feldgrößen in beliebigen Schnittflächen (CD-ROM)

Als Beispiel der Darstellungsarten dient die Simulation einer omnidirektionalen Punktquelle, deren Anregungssignal ein Impuls, bestehend aus zwei Teiltönen (700Hz, 1400Hz), ist.



Abbildung 5.5: Darstellungsarten der errechneten Druckdaten:

- a) Der Amplitudenverlauf in der xy-Ebene gibt Aufschluss über die Form der Wellenfront.
- b) Eine Übersicht der dreidimensionalen Druckverteilung bietet die Darstellung von Schnittflächen.
- c) Die Darstellung in der xy-Ebene ermöglicht den Vergleich von Krümmungsradien.
- d) 3D Isobaren liefern einen Einblick in die räumliche Struktur der Wellenfront.

# 5.2 Objektive Bewertung des simulierten Schallfeldes

# 5.2.1 Allgemeines

In der Literatur zur Wellenfeldsynthese finden sich zahlreiche objektive und subjektive Untersuchungen zur Qualität des reproduzierten Schallfeldes [48] [54] [46] [45]. Dabei wird die Bewertung nach verschiedenen Kriterien durchgeführt:

- Räumliche Impulsantwort: Gemessen entlang einer Referenzlinie im Abhörbereich gibt sie Aufschluss über die räumliche und zeitliche Feinstruktur des Schallfeldes.
- Kunstkopfmessungen: Messung interauraler Zeit- und Pegeldifferenzen (ITD, ILD) zur Bewertung der menschlichen Richtungswahrnehmung.
- Schallintensitätsverteilung: ermöglicht Aussagen zu Räumlichkeit und Richtwirkung.
- Frequenzspektrum: Dadurch erhält man Einblick in Klangverfärbungen.
- Hörversuche: subjektive Evaluierung des reproduzierten Schallfeldes

Die mit dem Simulationsprogramm erstellten Grafiken ermöglichen eine optische Bewertung der Qualität des simulierten Schallfeldes anhand von Krümmungsradien, eventuell auftretendem Aliasing und der räumlichen Verteilung des Schalldrucks.

Zusätzlich wurde eine Vergleichsmöglichkeit von Referenz- und Systemfeld mit einer objektiven Bewertung der Fehler innerhalb eines definierten Referenzbereichs implementiert. Dazu müssen die beiden Datenfelder zeitlich bzw. räumlich zur Deckung gebracht werden, sodass die Wellenfronten übereinander zu liegen kommen. Für Arrays mit relativ kleiner Aperturöffnung kommt es zu einer Verschiebung des Feldes<sup>27</sup> in Ausbreitungsrichtung, die korrigiert werden muss. Bei größeren Anordnungen wurde dieser Effekt nicht beobachtet. Eine mögliche Ursache ist der Einfluss der durch Diffraktion von den Enden des Arrays ausgehenden Schattenwellen. Je kleiner die Aperturöffnung, desto stärker Überlagern sich diese Artefakte im Referenzbereich mit dem erwünschten Synthesesignal.

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> siehe Kapitel 5.2.3: Beispiele

## 5.2.2 Bewertung der Schalldruckverteilung

Der dreidimensionale Synthesefehler wird aus der Differenz der komplexen Druckdaten von Referenz- und Systemfeld im Frequenzbereich berechnet [45]. Bezogen auf den Primärdruck erhält man damit das relative logarithmische Fehlermaß

$$L_{rel} = 10 \log \left\{ \frac{\left| P_{sec}(r_{M}, f) - P_{prim}(r_{M}, f) \right|^{2}}{\left| P_{prim}(r_{M}, f) \right|^{2}} \right\} \quad [dB] .$$
 (5.14)

Weiters steht als globale Aussage über die Schalldruckverteilung das Verhältnis von Primärund Sekundärdruck zur Verfügung. Der absolute Fehler beträgt

$$L_{abs} = 10 \log \left\{ \left| \frac{P_{sec}(\mathbf{r}_{M}, f)}{|P_{prim}(\mathbf{r}_{M}, f)|}^{2} \right\} \quad [dB] , \qquad (5.15)$$

wobei für diese Berechnungen der Absolutbetrag des Primärdrucks im interessierenden Gebiet keine Nullstellen enthalten darf ( $|P_{prim}(\mathbf{r}_M, f)| \neq 0$ ).

Um einen repräsentativen Einzahlwert angeben zu können, erfolgt nun eine dem Referenzbereich entsprechende radiale Gewichtung des jeweils berechneten Fehlers. Der innerste Bereich  $r_1$  (z.B. Kopfdurchmesser) geht ungedämpft in die Berechnung ein, während zum Rand  $r_{max}$  hin exponentielle Abschwächung der Fehler erfolgt. In der Praxis soll auch die Dämpfung  $w_{rmax}$  am Rand des Bewertungsbereichs einstellbar sein. Mit diesen Angaben gestaltet sich die Gewichtungsfunktion w(r) (Abb. 5.6) zu

Durch anschließende Summierung und Normierung erhält man den mittleren Synthesefehler

$$\overline{L} = \frac{\sum_{n=1}^{N} L(\mathbf{r}_n, f) \cdot w(\mathbf{r}_n, f)}{\sum_{n=1}^{N} w(\mathbf{r}_n, f)}$$
(5.17)



Abbildung 5.6: Die Gewichtungsfunktion w(r), dargestellt a) in drei Dimensionen und b) in radialer Abhängkigkeit. Auch auf zweidimensionale Datensätze kann diese Berechnungsmethode angewendet werden, der Referenzbereich reduziert sich in diesem Fall auf einen Kreis.

## 5.2.3 Beispiele

Das Simulationsprogramm wird nun zur Berechnung der Schallfelder verschieden gewichteter Lautsprecheranordnungen eingesetzt. Die Untersuchung soll spezifische Eigenschaften einzelner, ausgesuchter Arrays hervorheben und die Auswirkungen unterschiedlicher Gewichtungen aufzeigen. Das Hauptaugenmerk ist dabei auf Anwendungen der Wellenfeldsynthese gerichtet, die in Zusammenhang mit dem entwickelten Prototyp stehen. Die Berechnungsdauer bezieht sich auf die verwendete Plattform, bestehend aus einem Dual-Pentium III Board mit 256MB RAM unter Microsoft Windows NT (4096MB Virtual Memory).

### Referenzbeispiel

Um die Funktion der Software zu demonstrieren wurde ein Referenzbeispiel durchgerechnet (Abb. 5.7). Die Angaben entsprechen der Laboranordnung nach Start [45], mit welcher die subjektive Lokalisation von mit Wellenfeldsynthese erzeugten Schallquellen untersucht wurde:

```
Array: 48 Lautsprecher, Intervall d = 0.125m, Länge L = 6m
Primärquellposition: 5m hinter dem Array
Primärquellsignal: Impuls 80-1.2kHz, 15 Teiltöne
Referenzposition: 3m vor dem Array bei y = 0m
Messbereich: 0 < x < +8m, -4m < y < +4m, 50 Messpunkte/m
Fehlerbewertung: r_1 = 0.3m, r_{max} = 0.5m, w_{rmax} = 0.1
Berechnungsdauer: ca. 50 Minuten
```



Abbildung 5.7: Wellenfeldsynthese mit einem Linienarray, bestehend aus 48 Lautsprechern (Länge = 6m):

a) Ein Vergleich des Schalldruckverlaufs entlang der x-Achse zeigt Übereinstimmung im Referenzpunkt (x = 3m) b) Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist um den Referenzbereich minimal (< -30dB) und im gesamten Beobachtungsbereich

<-8dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $L_{rel}$  beträgt –27.8dB c) Das nachzubildende Druckfeld der Primärguelle

 d) Die Wellenfronten werden von Array (Markierung am Rand) exakt nachgebildet. Deutlich sichtbar sind die unkompensierten Schattenwellen (siehe Kap. 4.2.2), deren Ausgangspunkte die Enden des Arrays sind.

### Einfluss der Aperturöffnung

Die Länge gewöhnlicher Arrays zur Anwendung der Wellenfeldsynthese beträgt bis zu mehreren Metern [48] [45]. Insofern stellt der in Kapitel 6 vorgestellte Prototyp eine Besonderheit dar, denn die maximale Ausdehnung des Rahmens beträgt etwa 0.4 Meter. Wie sich eine Verkürzung der Aperturöffnung auswirkt, soll anhand dieses Beispiels simuliert werden:



Auffallend ist die Phasenverschiebung des Systemdrucks für sinkende Arraylängen (Abb. 5.8c). Sowohl die verstärkte Überlagerung mit den unkompensierten Schattenwellen, als auch die Verwendung von Fernfeld-Näherungen in der Berechnung und bei der Herleitung des WFS-Syntheseoperators, kommen als mögliche Ursachen in Frage. Bei höheren Frequenzen (kr > 1) und größeren Arraylängen (L > 1) konnte eine Abnahme dieser Störung beobachtet werden. Für alle weiteren Berechnungen wurden die Schallfelder zueinander synchronisiert.

```
Array: 17 Lautsprecher, Intervall d = 0.092m, Länge L = 1.472m

Primärquellposition: 0.5m hinter dem Array

Primärquellsignal: Impuls 400-1.6kHz, 4 Teiltöne

Referenzposition: 0.7m vor dem Array bei y = 0m

Messbereich: 0.1<x<+1.7m, -0.8m<y<+0.8m, 125 Messpunkte/m

Fehlerbewertung: r_1 = 0.1m, r_{max} = 0.2m, w_{rmax} = 0.1

Berechnungsdauer: ca. 55 Sekunden

t_{sync} = 0 Sekunden
```



Abbildung 5.9: Wellenfeldsynthese mit einem Linienarray, bestehend aus 17 Lautsprechern (Länge = 1.472m):

a) Die Wellenfront des Systemfeldes weist im Referenzpunkt eine auffällige Druckschwankung auf.

b) Der Vergleich der Schalldrücke entlang der x-Achse zeigt die zu große Dämpfung im Referenzpunkt (x = 0.7m)
c) In der xy-Ebene stimmt die Krümmung weitgehend mit der des Referenzfeldes überein.

d) Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist um den Referenzbereich minimal (< -30dB) und im gesamten Beobachtungsbereich <-6dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –20.8dB

Für diese Anordnung war keine Synchronisation der Abbildungen nötig. Entlang der Wellenfront durch den Referenzpunkt (Abb. 5.9a) ist eine deutliche Abschwächung in der Mitte (y=0) erkennbar. Die von den Enden des Arrays ausgehenden Schattenwellen überlagern sich dort, denn die Entfernung des Referenzpunktes vom Array (x = 0.7m) liegt etwa im Bereich der halben Arraylänge (L/2 = 0.736m). Diese Störung ist auch über die Darstellung der Fehlerverteilung in der xy-Ebene (Abb. 5.9d) klar erkennbar.

Array: 9 Lautsprecher, Intervall d = 0.092m, Länge L = 0.736m Primärquellposition: 0.5m hinter dem Array Primärquellsignal: Impuls 400-1.6kHz, 4 Teiltöne Referenzposition: 0.7m vor dem Array bei y = 0m Messbereich: 0.1 < x < +1.7m, -0.8m < y < +0.8m, 125 Messpunkte/m Fehlerbewertung:  $r_1 = 0.1m$ ,  $r_{max} = 0.2m$ ,  $w_{rmax} = 0.1$ Berechnungsdauer: ca. 30 Sekunden  $t_{sync} = -7e-6$  Sekunden (Phasenverschiebung ~1° @400Hz)



Abbildung 5.10: Wellenfeldsynthese mit einem Linienarray, bestehend aus 9 Lautsprechern (Länge = 0.736m): a) Die seitliche Ausdehnung des Abhörbereichs ist merkbar kleiner, innerhalb der Arrayöffnung wird die

Wellenfront jedoch ausreichend gut synthetisiert.

b) Während die Impulsspitzen annähernd gut nachgebildet werden, zeigen sich abseits deutliche Abweichungen.

c) In der xy-Ebene stimmt die Krümmung innerhalb der Arrayöffnung mit der des Referenzfeldes überein.

d) Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist um den Referenzbereich minimal (< -20dB) und im gesamten Beobachtungsbereich <-3.7dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –19.6dB

Das Systemfeld wurde um 7ms verzögert, um Deckungsgleichheit mit dem Referenzfeld herzustellen. Entsprechend der kleineren Ausdehnung des Arrays ergibt sich eine Abschwächung der Druckamplitude außerhalb der Arrayöffnung (Abb. 5.10a, b). Die Abweichungen des Druckverlaufs in Abbildung 5.10b sind stärker als zuvor. Möglicherweise fehlen nicht vernachlässigbare Anteile der Information zur Rekonstruktion des Wellenfeldes. Ein Blick auf die Lautsprechergewichte (Abb. 5.12) verstärkt diese Annahme.

```
Array: 5 Lautsprecher, Intervall d = 0.092m, Länge L = 0.368m

Primärquellposition: 0.5m hinter dem Array

Primärquellsignal: Impuls 400-1.6kHz, 4 Teiltöne

Referenzposition: 0.7m vor dem Array bei y = 0m

Messbereich: 0.1<x<+1.7m, -0.8m<y<+0.8m, 125 Messpunkte/m

Fehlerbewertung: r_1 = 0.1m, r_{max} = 0.2m, w_{rmax} = 0.1

Berechnungsdauer: ca. 17 Sekunden

t_{sync} = -50e-6 Sekunden (Phasenverschiebung ~7.2° @400Hz)
```





b) Im Bereich der Impulsspitze stimmt die Nachbildung am Referenzpunkt annähernd, abseits kommt es bereits zu Fehlern, die in der Größenordnugn des nachzubildenden Signals sind.

c) Die Krümmung im nun sehr kleinen Bereich der Arrayöffnung ähnelt der des Refernzfeldes.

d) Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist entlang der Wellenfront minimal (< -20dB) und im gesamten Beobachtungsbereich <+3.6dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –15.4dB

Durch Verzögerung des Systemfeldes um 50ms wird Deckung mit dem Referenzfeld erreicht. Auffällig ist die im Verlauf der Wellenfront gekrümmte Fehlerverteilung und ein maximaler relativer Fehler von +3.6dB. Eine detailliertere Betrachtung von Arrays dieser Größenordnung findet sich im Kapitel 6, wo die Anordnung zur Implementation des Audio Interface simuliert wurde.



Abbildung 5.12: Darstellung der Lautsprechergewichte für eine 0.5m hinter dem Array positionierte Referenzquelle. Zum Vergleich sind die Gewichte der gerechneten Beispiele markiert.

#### Abstand der Lautsprecher

Zum Einfluss des Lautsprecherabstandes auf die Qualität des reproduzierten Schallfeldes wurden Untersuchungen durchgeführt. Wählt man die Distanz zwischen den Lautsprechern zu groß, entsteht räumliches Aliasing<sup>28</sup>. Eine Verminderung des Abstandes unter den erforderlichen Wert bringt keine erkennbare Qualitätssteigerung.



Abbildung 5.13: Primärsignal mit Maximalfrequenz 1.6kHz → ∆xmax < 0.106m Zum Vergleich mit dem Beispiel aus Abbildung 5.9 beträgt die Arraylänge jeweils 1.472m. a) 11 Lautsprecher (Distanz = 0.15m): räumliche Unterabtastung (Aliasing) b) 25 Lautsprecher (Distanz = 0.06m): räumliche Überabtastung (vgl. Abb. 5.9c)

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> siehe Kapitel 4.2.3: Räumliches Aliasing durch Diskretisierung

# 6 Implementation eines Audio Interface

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Prototyp entwickelt, der Bildschirmbenutzern das Eintauchen in ein dreidimensionales Schallfeld ermöglichen soll. Der entscheidende Vorteil der Wellenfeldsynthese gegenüber herkömmlichen Lautsprecher-Konfigurationen (Stereo, Surround) liegt in der Lösung vom "sweet spot", denn die Lokalisation der von einem holophonen System abgebildeten Quellen ergibt sich auf natürliche Art durch Beugung des Schalls um den Kopf. Dem Benutzer wird größtmögliche Bewegungsfreiheit geboten. Da bei lautsprecherbasierten Methoden die rechenintensive Anpassung an die kopfbezogenen Übertagungsfunktionen (HRTFs) entfällt, liefert ein PC ausreichende Leistung zur Berechnung der komplexen Gewichte in Echtzeit.

# 6.1 Hardware

Der schematische Aufbau für Reproduktion von Schallfeldern ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Zur Implementierung eines Audio Interface für Benutzer von Bildschirmarbeitsplätzen wurde ein Rahmen (Prototyp), bestückt mit 16 Lautsprechern, rund um ein 17" TFT-Display angeordnet. Die Erzeugung der Lautsprechersignale erfolgt über den PC mittels einer 24-Kanal-Audiokarte mit ADAT-Schnittstelle. Die digitalen Signale passieren einen 16-Kanal Digital/Analog Wandler und werden nach entsprechender Verstärkung den einzelnen Lautsprechern zugeführt.



Abbildung 6.1: Schematischer Geräteaufbau zum Betrieb eines Audio Interface für Bildschirmbenutzer

Der Lautsprecher-Vorverstärker ermöglicht die Kalibrierung jedes einzelnen Kanals und ist am Institut für elektronische Musik und Akustik für diese Anwendung entwickelt worden.

Die Abstrahlcharakteristik der im Rahmen eingebauten Lautsprecher wurde mittels MLS-Messung ermittelt und protokolliert. Die Messung erfolgte mit einem Audio Precission Messplatz, der vom Institut für Nachrichtentechnik und Wellenausbreitung der TU-Graz freundlicherweise zur Verfügung gestellt wurde. Daraus ergibt sich ein nutzbarer Frequenzbereich von etwa 100Hz bis 1500Hz. Das Messprotokoll sowie die Messdaten befinden sich auf beigelegter CD-ROM.

# 6.2 Software

Der in MATLAB erprobte Algorithmus zur Erzeugung der Wellenfeldsynthese-Lautsprechersignale wurde für die Echtzeit-Anwendung in "Pure Data" (PD) [31] [26] implementiert. Das Programmkonzept ist in Abbildung 6.2 skizziert. Die Berechnung der Gewichte findet, im Unterschied zum Simulationsprogramm, im Zeitbereich statt.

Führt man die inverse Fouriertransformation von Gleichung 5.8 durch, erhält man

$$\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{Y}(t) * [\boldsymbol{h}(t) * \boldsymbol{s}(t)]$$
(6.1)

mit dem Vektor für die Signale mehrerer Primärquellen  $\mathbf{s}(t) = [\mathbf{s}_{t}(t)...\mathbf{s}_{m}(t)...\mathbf{s}_{M}(t)]^{T}$  und dem Vektor der Lautsprechersignale  $\mathbf{q}(t) = [\mathbf{q}_{t}(t)...\mathbf{q}_{n}(t)...\mathbf{q}_{N}(t)]^{T}$ . Durch den Matrixoperator  $\mathbf{Y}(t)$  (entspricht Gl. 5.5) erhält man aus M gefilterten Eingangssignalen die N Ausgangssignale der


Abbildung 6.2: Konzept der PD-Implementierung des Wellenfeldsynthese-Algorithmus

Lautsprecher. Da nun auch bewegte Primärquellen simuliert werden sollen, wurde eine Modifikation dieses Operators durchgeführt [27]. Man schreibt

$$\mathbf{Y}_{nm}(t) = \mathbf{a}_{nm} \mathbf{d}(t - \mathbf{t}_{nm}) , \qquad (6.2)$$

mit den Gewichtungskoeffizienten

$$a_{nm}(t) = \sqrt{\frac{z_{m}(t)}{z_{m}(t) - 1}} \frac{\cos j_{nm}(t)}{\sqrt{r_{nm}(t)}}$$
(6.3)

und den dazugehörigen Zeitverzögerungen

$$\boldsymbol{t}_{nm}(t) = \boldsymbol{t}_{o} - sign(\boldsymbol{z}_{m}(t)) \frac{r_{nm}(t)}{c + \dot{r}_{nm}(t)} , \qquad (6.4)$$

wobei  $\dot{r}_{nm}(t) = dr_{nm}(t)/dt$  die Geschwindigkeit der bewegten Primärquelle ist. Die zusätzliche Zeitverzögerung  $t_{nm}$  wurde eingeführt, um negative nichtkausale Verzögerungen im Falle  $sign(z_m) = +1$  (bei vor dem Array positionierten Quellen) zu verhindern.

# 6.3 Mögliche Betriebsarten des Prototyps

Im Unterschied zu herkömmlichen Anwendungen der Wellenfeldsynthese, die meist einzeilige Lautsprecheranordnungen sind, besteht der entwickelte Prototyp aus einer Kombination horizontaler und vertikaler Linienarrays. Da jeder Lautsprecher getrennt mit einem Signal versorgt wird, sind unterschiedliche Betriebsmodi des Prototyps problemlos durch Änderung der Software erreichbar. Werden mehrere Arrays gleichzeitig verwendet, stellt sich die Frage nach der Balance der einzelnen Teile zueinander. Außerdem ist dann räumliches Aliasing, hervorgerufen durch den Abstand zwischen den Arrays, möglich. Im Folgenden werden mehrere Anwendungsfälle vorgestellt und diskutiert.

# 6.3.1 Ein horizontales Linienarray

Die Anwendung des 2½-D Operators (Gl. 4.18) zur Wellenfeldsynthese ist nur für ein Array korrekt, das in einer Ebene mit der Primärquelle und der zuhörenden Person liegt. Geringe Elevation des Arrays ist tolerierbar, bei Anwendungen des Prototyps ist die Auslenkung der einzelnen Teile des Rahmens gegenüber dieser Ebene jedoch nicht mehr vernachlässigbar.



Abbildung 6.3: Die vertikale Auslenkung zwischen Array und Abhörpunkt führt zu einem Kippen der Ebene ( $\eta$ ), in welcher die virtuelle Quelle (Primärquelle) positioniert werden kann.

In Abbildung 6.3 ist die Synthetisierung einer primären Punktquelle durch das obere Array des Prototyps dargestellt. Für Zuhörer in Position R wird das Wellenfeld korrekt abgebildet. Durch die annähernd konzentrische Ausbreitung des Feldes in der *xz*-Ebene wird die Position der Primärquelle für einen Zuhörer in R' um das Array nach oben gedreht. Neben dieser vertikalen Auslenkung erfolgt eine kleine azimutale Abweichung Dj, welche jedoch durch Adjustierung der *x*-Koordinate der Primärquelle korrigierbar ist [45].

# 6.3.2 Zwei horizontale Linienarrays

Für diesen Betriebsmodus interpretiert man die horizontalen Arrays des Prototyps als Linienquellen, deren Schallfelder zueinander nach einem Panning-Gesetz gewichtet werden. Durch den vertikalen Abstand der beiden Arrays entsteht räumliches Aliasing<sup>29</sup>. Die Anordnung ist keine reine Anwendung der Wellenfeldsynthese mehr, sondern entspricht vielmehr der Kombination zweier Lautsprecher, die in der jeweiligen Ebene durch den Schnittpunkt mit dem Zuhörer (Abb. 4.6a) verschoben werden können.

Gerzon beschreibt in der "General Methatheory of Aditory Localisation" [17] die Lokalisation von Schallquellen, die durch das Zusammenspiel mehrerer Lautsprecher erzeugt werden. Alle Lautsprecher haben dabei, zumindest virtuell durch Anpassung von Phase und Amplitude, gleiche Distanz zum Abhörpunkt. Die Lokalisation von Signalen, die mit unterschiedlichen Amplituden (gains)  $g_i$  von verschiedenen Lautsprechern rund um den Zuhörer ausgehen, kann zu den an der Abhörposition gemessenen physikalischen Größen in Beziehung gesetzt werden.

## "Velocity Model"

Die Lokalisation von Schallquellen wird bei niedrigen Frequenzen (< 700 Hz) hauptsächlich durch die interauralen Phasenbeziehungen (ITD) bestimmt. Diese leiten sich aus der Phasendifferenz des ipsilateralen und kontralateralen Ohres ab. Der "Velocity Vektor", definiert als Division des Vektors der gesamten Schallschnelle durch den Schalldruck am Abhörpunkt, beschreibt diesen Zusammenhang. Der resultierende Vektor  $r_V$  hat für natürliche Quellen die Länge 1 und zeigt genau in die Richtung der Schallquelle ("Makita Localisation"). Für Schallfelder, die sich aus mehreren Lautsprechersignalen

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> siehe Kapitel 2.3: Zweidimensionale Fouriertransformation: Räumliches Aliasing

zusammensetzen, sollte der Betrag dieses Vektors so möglichst 1 sein. Die Azimutrichtung ?v ist ein Indikator für die empfundene Schallquellenrichtung.

## "Energy Model"

Zwischen etwa 700Hz und 4kHz, für dezentrale Abhörpositionen auch unter 700 Hz, wird die Lokalisation durch einen Vektor im Verhältnis der vektoriellen Schallintensität und der akustischen Energie des reproduzierten Schallfeldes im Abhörpunkt festgelegt. Für natürliche Schallquellen hat dieser Vektor die Länge 1 und zeigt direkt in Richtung der Schallquelle. Für reproduzierte Schallfelder sollte die Länge des Vektors  $r_E$  wiederum so nahe als möglich an 1 herankommen. Das ist für die maximale Stabilität der Abbildung notwendig. Die Azimutrichtung ?<sub>E</sub> ist ebenfalls ein Indikator für die empfundene Richtung der Schallquelle [18].

#### **Gewichtung der Arrays**

Die Winkel  $?_V$  und  $?_E$  sind maßgebend für die empfundene Richtung der reproduzierten Quelle, während der Betrag  $r_V$  bzw.  $r_E$  über die Stabilität der Abbildung entscheidet. Für alle Reproduktionsmethoden konnte herausgefunden werden, dass die zwei Lokalisationswinkel  $?_V$  und  $?_E$  ungefähr übereinstimmen sollten, besonders im Bereich bis hinauf zu 3,5-4kHz [17]. Das Kriterium für maximale räumliche Schärfe der Abbildung lautet deshalb

$$\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{q}_{\boldsymbol{V}} \quad . \tag{6.5}$$

Zur Erreichung maximaler Stabilität ist ein frequenzabhängiges Kriterium einzuhalten

$$r_v = 1$$
 für  $f < 400$  Hz bzw.  $r_e = maximal$  für  $f > 400$  Hz . (6.6)

Die aus dem Energiegesetz abgeleitete Gewichtung der virtuellen Quellen lautet

$$\sum_{i} g_{i}^{2} = 1.$$
 (6.7)

Dadurch wird die Gesamtenergie des Schallfeldes bei Bewegung der Quelle in gleichbleibender Entfernung konstant gehalten, was eine konsistente Abbildung ergibt. Zusätzlich kann eine Verzögerung des kontralateralen Kanals berücksichtigt werden

$$t = \frac{\arctan\left[\left(2g_{contra}^2 - 1\right)kd\right]}{w} . \tag{6.8}$$

Darin bedeutet w die Kreisfrequenz, k die Wellenzahl und d ist der Abstand der Lautsprecher.

## 6.3.3 Gesamter Rahmen mit 4 Arrays

Bei Verwendung aller vier Arrayelemente des Prototyps entstehen vier, in Wellenfeldsynthese erzeugte virtuelle Lautsprecher, die innerhalb gewisser Grenzen (Abb. 6.4a) frei positionierbar sind. Der Entfernungseindruck wird durch die Krümmung der einzelnen Wellenfronten erreicht. Die Gewichtung der dreidimensional angeordneten virtuellen Lautsprecher lässt sich z.B. mittels "Vector Based Amplitude Panning (VBAP)" [35] formulieren.

VBAP basiert auf Gerzon's Modelltheorie [17]. Die geometrischen Verhältnisse des Schallfeldes werden dabei in vektorieller Form dargestellt, was zu effizient berechenbaren linearen Gleichungssystemen zur Ermittlung der Signalamplituden führt. Für dreidimensionales VBAP sind Lautsprecher-Tripel zu formen, innerhalb derer eine virtuelle Gesamtquelle positioniert wird (Abb. 6.4b). Zur Ermittlung des idealen Tripels kann nach dem in [37] angegebenen Algorithmus vorgegangen werden. Dabei ist zu beachten, dass die Verbindungslinien zwischen den Lautsprechern eines Tripels minimal sein sollen.

In Hörversuchen [38] [36] wurde nachgewiesen, dass die Lokalisation der mit VBAP erzeugten virtuellen Quellen die besten Ergebnisse liefert, wenn das Zentrum des Lautsprecher-Tripels möglichst nahe der Medianebene liegt. Für solche Konfigurationen stimmen die binauralen Lokalisationsfaktoren (ITD, ILD) mit der erwünschten Position der virtuellen Quelle am besten überein.



Abbildung 6.4: a) Die vier Positionierungsbereiche der virtuellen Lautsprecher b) 3D-VBAP

# 6.3.4 Beispiele

Mit dem Simulationsprogramm wurde das Schallfeld verschiedener Konfigurationen des Prototyps berechnet. Alle Ergebnisse befinden sich auf beigelegter CD-ROM. Eine Auswahl an Beispielen wird nun besprochen.

Verglichen werden die Betriebsarten des Prototyps aus Kapitel 6.3.3 (zwei horizontale Arrays, im Folgenden Array A genannt) und Kapitel 6.3.4 (gesamter Rahmen aus 4 Arrays, im Folgenden mit Array B bezeichnet). Die Gewichtung der einzelnen Arrayelemente erfolgt nach dem Panning Gesetz aus Gleichung 6.5, wobei jeweils die zwei horizontalen bzw. vertikalen Arrayelemente (Abb. 6.4a) zueinander in Beziehung gesetzt werden. Die primären Quellpositionen wurden so gewählt, dass sie innerhalb des von den Positionierungsflächen der virtuellen Lautsprechern aufgespannten Kegelstumpfes zu liegen kommen. Nur für diesen Bereich sind stationäre Phasenpunkte<sup>30</sup> entlang der Arrayelemente möglich. Insgesamt wurden 9 Quellpositionen simuliert, die Angabe der Position ist dem jeweiligen Beispiel vorangestellt. Der Referenzbereich für die Darstellung und Berechnung des Synthesefehlers ist in den entsprechenden Grafiken durch einen Rahmen markiert:

```
Array A:
hor.: jew. 5 Lautsprecher, Intervall d = 0.092m, Länge L = 0.368m
oberes Element: Elevation z = +0.17m
unteres Element: Elevation z = -0.17m
Array B:
hor.: jew. 5 Lautsprecher, Intervall d = 0.092m, Länge L = 0.368m
oberes Element: Elevation z = +0.17m
unteres Element: Elevation z = -0.17m
vert.: jew. 3 Lautsprecher, Intervall d = 0.092m, Länge L = 0.184m
rechtes Element: seitliche Auslenkung y = +0.202m
linkes Element: seitlliche Auslenkung y = -0.202m
Primärguellsignal: Impuls 500-1.5kHz, 3 Teiltöne
Referenzposition: 0.7m vor dem Array bei y = 0m
Messbereich: 0.5 < x < +1.5m, -0.5m < y < +0.5m, 70 Messpunkte/m
Fehlerbewertung: r_1 = 0.1m, r_{max} = 0.2m, w_{rmax} = 0.1 bzw. 0.01
Berechnungsdauer: jeweils ca. 50 Sekunden
```

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> siehe Kapitel 5.1.1: Konfiguration, Quell- und Zielbereich



Abbildung 6.5: Vergleich der Wellenfronten

- a) Referenzfeld in der Horizontalebene
- b) Systemfeld (Array A) in der Horizontalebene
- c) Systemfeld (Array B) in der Horizontalebene
- d) Referenzfeld in der Vertikalebene
- e) Systemfeld (Array A) in der Vertikalebene
- f) Systemfeld (Array B) in der Vertikalebene



Abbildung 6.6: Betrachtung des Synthesefehlers:

a) horizontale c) vertikale Fehlerverteilung (Array A): Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist im Beobachtungsbereich <-2.3dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –12dB.

b) horizontale d) vertikale Fehlerverteilung (Array B): Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist im Beobachtungsbereich <-2.4dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –13dB.

Die räumliche Rekonstruktion der Wellenfront in der xy-Ebenene stimmt für beide Arrays annähernd überein (Abb. 6.5b, c), während Array A in der xz-Ebene einen Knick am unteren Rand des Beobachtungsbereichs erzeugt (Abb. 6.5e). Dies drückt sich auch in der inhomogenen Verteilung des Synthesefehlers (Abb. 6.6c) aus. Array B bildet die vertikale Auslenkung der Quelle besser nach (Abb. 6.5f) und weist auch eine gleichmäßigere Druckverteilung auf (Abb. 6.5d).





Abbildung 6.7: Vergleich der Wellenfronten

- a) Referenzfeld in der Horizontalebene
- b) Systemfeld (Array A) in der Horizontalebene
- c) Systemfeld (Array B) in der Horizontalebene
- d) Referenzfeld in der Vertikalebene
- e) Systemfeld (Array A) in der Vertikalebene
- f) Systemfeld (Array B) in der Vertikalebene



Abbildung 6.8: Betrachtung des Synthesefehlers:

a) horizontale c) vertikale Fehlerverteilung (Array A): Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist im Beobachtungsbereich<-2.6dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –17dB.

b) horizontale d) vertikale Fehlerverteilung (Array B): Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist im Beobachtungsbereich <-1.3dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –16dB.

Für diese Quellposition rekonstruiert Array A den Verlauf der Wellenfront in der xy-Ebene gleichmäßiger (Abb. 6.7 b, c), was durch einen Vergleich der betreffenden horizontalen Fehlerdarstellung bekräftigt wird (Abb. 6.8 a, b). Array B liegt bei der Nachbildung des Wellenfeldes in der xz-Ebene durch die zusätzlichen vertikalen Arrayelemente im Vorteil (Abb. 6.7 e, f). Die Druckverteilung im Referenzbereich stimmt besser überein (Abb. 6.8 c, d), der Synthesefehler nimmt in weiten Bereichen der Wellenfront Werte <-15dB ein.



Abbildung 6.9: Vergleich der Wellenfronten

- a) Referenzfeld in der Horizontalebene
- b) Systemfeld (Array A) in der Horizontalebene
- c) Systemfeld (Array B) in der Horizontalebene
- d) Referenzfeld in der Vertikalebene
- e) Systemfeld (Array A) in der Vertikalebene
- f) Systemfeld (Array B) in der Vertikalebene



Abbildung 6.10: Betrachtung des Synthesefehlers:

a) horizontale c) vertikale Fehlerverteilung (Array A): Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist im Beobachtungsbereich <+0.6dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –14dB.

b) horizontale d) vertikale Fehlerverteilung (Array B): Der relative Fehler  $L_{rel}$  ist im Beobachtungsbereich <+0.7dB, der bewertete mittlere Synthesefehler  $\overline{L}_{rel}$  beträgt –14dB.

Für diese vor dem Array fokussierte Quelle werden die Vorzüge beider Anordnungen deutlicher. Während Array A eindeutig in der xy-Ebene (Abb. 6.9 b, c) eine exaktere Nachbildung der Wellenfront leistet, stimmt der Verlauf des Wellenkammes in der xz-Ebene (Abb. 6.9 e, f) für Array B besser überein. Die Darstellung des Synthesefehlers bekräftigt diese Interpretation. Dessen Verteilung in der Horizontalebene bestätigt Array A einen gleichmäßig guten Wert von <-15dB entlang der Referenzlinie bei x = 0.7m (Abb. 6.10 a). In der Vertikalebene weist der Fehlerverlauf von Array B die geringere Krümmung auf und schafft so einen einheitlicheren Eindruck entlang der Referenzlinie.

Subjektive Hörversuche zu Lokalisation, Räumlichkeit und Klangbild der von den Arrays reproduzierten Schallfelder stellen eine sinnvolle Weiterführung dar, um die Eigenschaften der Applikation und die Qualität der Gewichtungsmethoden genauer zu untersuchen.

# 7 Ausblick

Zur Weiterentwicklung der Soft- und Hardware bieten sich mehrere sinnvolle Möglichkeiten:

## Simulation von Schallfeldern in MATLAB

- Zusätzlich sind die Berechnung und Auswertung der Schallschnelle denkbar.
- Als sinnvolle Erweiterung zur Analyse der simulierten Felder bietet sich eine Berechnung der ITD und ILD aus dem vorhandenen dreidimensionalen Datensatz an.
- Die Bedienungsfreundlichkeit kann durch eine grafische Oberfläche gesteigert werden.

#### Implementation des Audio Interface

- Im Konzept der Real-Time-Software wurde die Einbindung des Abstrahlverhaltens der jeweils verwendeten Lautsprecher berücksichtigt. Die Implementierung dieses Filters in Kombination mit einer für die Wellenfeldsynthese nötigen Frequenzkorrektur kann zur Optimierung der Rekonstruktion des Schallfeldes beitragen.
- Mögliche Erweiterungen für das Lautsprecher-Array sind eine Krümmung der Anordnung und eine Verfeinerung des Lautsprecherabstandes (Tapering Window).
- Hörversuche zur subjektiven Beurteilung der Qualität des rekonstruierten Schallfeldes.

# Anhang A – Simulationsoftware in MATLAB

Die Implementation des Simulationsprogramms zur Berechnung und Visualisierung von Schallfeldern erfolgte in MATLAB 6.0 (R12). Während auf das Konzept der Programmteile bereits in Kapitel 5 eingegangen wurde, soll hier eine Anleitung zur Handhabung der Software und eine Beschreibung der konkreten Funktionen gegeben werden. Die Programmcodes enthalten zusätzlich ausführliche Kommentare zu den einzelnen Berechnungsschritten.

Zur besseren Übersicht können die Funktionen in folgende Gruppen<sup>31</sup> unterteilt werden:

# Konfiguration

arrayconiig	Skript zur Konfiguration aller für die
	Simulation benötigten Komponenten und
	Steuerung des Programmablaufs.
makecurvedarray	Frzeugung eines gekrümmten Δrravs
maxeeurvedariay	Lizeugung eines gekrummten Anays.
makehorizontalarray	Erzeugung eines horizontalen Linienarravs
maxenorizoneararray	Lizeugung eines nonzontalen Einenarrays.
makeverticalarray	Erzeugung eines vertikalen Linienarraus
maxeverereatarray	Lizeugung eines vertikaten Eintenarrays.
makesignal	Erzeugung des primären Quellsignals
mancorgnar	Lizeugung des primaren Quensignais.

Institut für Elektronische Musik und Akustik

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> siehe Kapitel 5: Simulation von Schallfeldern: Konzept der Simulationssoftware.

# Preprocessing (Gewichtungskoeffizienten)

•	arrayweights	Berechnung der Lautsprechergewichte.

## Solver (Messverfahren)

<pre>calc_error</pre>	Berechnung des Synthesefehlers.
<pre>measure_error</pre>	3-dimensionale Berechnung der Druckdaten
	im Raumbereich zur Fehlerauswertung.
<pre>measure_time</pre>	Berechnung der Daten für die Orts-Zeit-
	Darstellung der räumlichen Impulsantwort.
<pre>measure_visual</pre>	3-dimensionale Berechnung der Druckdaten
	im Raumbereich zur Darstellung.
<ul> <li>synchronisation</li> </ul>	Synchronsiation der Schallfelder von Primär
	-und Sekundärquellen.

# Postprocessing (Darstellung)

•	movie3d	Darstellung des Druckverlaufs in einer Ebene
		als 3-dimensionaler zeitlicher Verlauf.
	movieisosurf	Darstellung der Flächen gleichen Drucks als
		3-dimensionaler zeitlicher Verlauf.
	movieplot	Vergleich des Drucks entlang einer
		Schnittlinie als zeitlicher Verlauf.
	movieslice	Darstellung des räumlichen und zeitlichen
		Druckverlaufs anhand von Schnittflächen.

# Zusatzfunktionen zum Sichern und Laden der Datensätze

•	load_pressuredata	Lädt abgespeicherte Datensätze und erzeugt
		die zur Darstellung nötigen Variablen.
•	save_pressuredata	Abspeichern fertiger Datensätze.
•	save_movie	Abspeichern der movies im *.avi-Format.

#### Konfiguration: arrayconfig.m

```
Syntax: arrayconfig
Funktion: Konfiguration aller für die Simulation benötigten
Komponenten (Preprocessor). Definition der Primär- und
Sekundärquellen, des Primärsignals sowie der Raumbereiche
für die Darstellung des Schallfeldes und die Berechnung des
Synthesefehlers. Steuerung des Programmablaufs.
globale Variablen:
VISUAL, ERROR....Ausdehnung der Raumbereiche, zur Erzeugung
zeitlicher Abläufe VISUAL.TBINS>1 setzen.
PRIMSIG....Primärquellsignal
R_P....Position der Primärquelle
R_S....Positionen der Sekundärquellen (Array)
RADIUS....Angabe des Radius (gekrümmte Anordnungen)
SPACING....interelementarer Abstand (lineare Anordnungen)
```

#### Preprocessing: arrayweights.m

Syntax: [YWeight, HFilter] = arrayweights(Mehtod)
Funktion: Berechnung der Lautsprechergewichte für die aktuelle
Konfiguration nach der im Konfigurationsskript definierten
Methode. Der Aufruf erfolgt im Konfigurationsskript.

Parameter:

Method....Gewichtungsmethode YWeight....positionsabhängige Gewichtung HFilter....frequenzabhängige Gewichtung

Beispiel: [y,h] = arrayweights('wfs\_linear');

#### Solver: calc\_error.m

```
Syntax: errorvalue = calc_error(r1,rmax,wrmax)
Funktion: Berechnung und Darstellung des Synthesefehlers.
Parameter:
    r1...Bereich mit voller Fehlergewichtung (w = 1)
    rmax...Bereichsgrenze
    wrmax...Fehlergewichtung an der Bereichsgrenze
    errorvalue...mittlerer gewichteter Synthesefehler L
Beispiel: e = error_calc(0.1,0.3,0.01);
```

#### Zusatzfunktion: load\_pressuredata.m

```
Syntax: load_pressuredata
Funktion: Ein Dialogfenster ermöglicht die Auswahl der zu
ladenden Daten. Die Umgebungsvariablen werden gesetzt und
die Schallfelddaten grafisch ausgegeben.
```

#### Konfiguration: makecurvedarray.m

```
Syntax: R_S = makecurvedarray(nsources,angle,radius)
Funktion: Erzeugung von Sekundärquellen entlang Kreisbogens.
Parameter:
    nsources...Anzahl der Sekundärquellen
    angle...Winkel zwischen den Quellen in Grad
    radius...Radius des Kreisbogens (RADIUS verwenden)
    R_S...Quellpositionen in karthesischen Koordinaten
Beispiel: RADIUS = 1;
    R_S = makecurvedarray(10,5,RADIUS);
```

#### Konfiguration: makehorizontalarray.m

```
Syntax: R_S = makehorizontalarray(nsources,dy,z_position)
Funktion: Erzeugung einer horizontalen Linie von Sekundärquellen.
Parameter:
    nsources...Anzahl der Sekundärquellen
    dy...Abstand zwischen den Quellen (SPACING verwenden)
    z_position...vertikale Auslenkung des Arrays
    R_S...Quellpositionen in karthesischen Koordinaten
Beispiel: SPACING = 0.1;
    R_S = makehorizontalarray(10,SPACING,0);
```

#### Konfiguration: makeverticalarray.m

```
Syntax: R_S = makeverticalarray(nsources,dz,y_position)
Funktion: Erzeugung einer vertikalen Linie von Sekundärquellen.
Parameter:
    nsources...Anzahl der Sekundärquellen
    dz...Abstand zwischen den Quellen (SPACING verwenden)
    y_position...horizontale Auslenkung des Arrays
    R_S...Quellpositionen in karthesischen Koordinaten
Beispiel: SPACING = 0.092;
    R_S = makeverticalarray(5,SPACING,-0.202);
```

#### Konfiguration: makesignal.m

#### Parameter:

fundamental....Grundtonfrequenz partials....Gesamtanzahl der Teiltöne PRIMSIG....primäres Quellsignal

**Beispiel:** PRIMSIG = makesignal(400,5);

#### Solver: measure\_error.m

```
Syntax: measure_error(yweight, hfilter)
Funktion: Berechnung der 3-dimensionalen Druckdaten des Primär-
und Sekundärschallfeldes (Solver) für die aktuelle
Konfiguration des Fehlerbetrachtungsbereichs (ERROR). Die
Ergebnisse werden global abgespeichert.
```

#### Parameter:

yweight, hfilter....vorberechnete Lautsprechergewichte
press3d\_prim\_e....Schallfeld der Primärquelle (Referenz)
press3d\_secnd\_e....Schallfeld der Sekundärquellen (System)

#### Solver: measure\_time.m

```
Syntax: measure_time(yweight, hfilter)
Funktion: Berechnung der Daten für die Orts-Zeit-Darstellung der
räumlichen Impulsantwort des Lautsprecherarrays.
```

Parameter:

```
yweight, hfilter....vorberechnete Lautsprechergewichte
presst_prim....Schallfeld der Primärquelle (Referenz)
presst secnd....Schallfeld der Sekundärquellen (System)
```

#### Solver: measure\_visual.m

# Syntax: measure\_visual(yweight, hfilter) Funktion: Berechnung der dreidimensionalen Druckdaten des Primärund Sekundärschallfeldes (Solver) für die aktuelle Konfiguration des Darstellungssbereichs (VISUAL). Die Ergebnisse werden global abgespeichert.

#### Parameter:

yweight, hfilter....vorberechnete Lautsprechergewichte
press3d\_prim....Schallfeld der Primärquelle (Referenz)
press3d secnd....Schallfeld der Sekundärquellen (System)

#### Postprocessing: movie3d.m

```
Syntax: [name] = movie3d(mdat,plane,refpos,fignr,varargin)
Funktion: Erstellt eine 3-dimensionale Ansicht der Daten in der
Ebene plane des 3D-Arrays moviedata. Wurde der Schalldruck
zu verschiedenen Zeitpunkten berechnet, erfolgt die bewegte
Darstellung des zeitlichen Druckverlaufs als MATLAB-movie.
```

```
Parameter:
```

mdat....3D-Matrix der darzustellenden Daten
plane....Beobachtungsebene (xy,xz,yz)
refpos....Beobachtungspunkt entlang der dritten Koordinate
fignr....Nummer der Figur für die Ausgabe
varargin....optionale Steuerung der Farbachse [cmin,cmax]
name....Name der Ergebnisvariable

```
Beispiel: m1 = movie3d(press3d_prim,'xy',0,1,[-2 2]);
```

#### Postprocessing: movieisosurf.m

```
Syntax: [name] = movie3d(mdat,type,fignr)
Funktion: Erstellt eine 3-dimensionale Ansicht der Flächen
    gleichen Drucks (isosurface) der Daten des 3D-Arrays
    moviedata. Wurde der Schalldruck zu verschiedenen Zeit-
    punkten berechnet, erfolgt die bewegte Darstellung des
    zeitlichen Verlaufs als MATLAB-movie.
Parameter:
    mdat....3D-Matrix der darzustellenden Daten
    type....Angabe des Raumbereichs ('visual' oder 'error')
    fignr....Nummer der Figur für die Ausgabe
    name....Name der Ergebnisvariable
Beispiel: m2 = movieisosurf(press3d secnd e,'error',2);
```

#### Postprocessing: movieplot.m

Syntax: [name] = movieplot(mdat1,mdat2,type,refpos,fignr)
Funktion: Extrahiert aus den beiden 3D-Datensätzen entlang einer
 durch type und refpos definierten Geraden die Druckwerte und
 stellt beide zum Vergleich in einer Grafik dar. Wurde der
 Schalldruck zu mehreren Zeitpunkten berechnet, erfolgt die
 Darstellung des zeitlichen Verlaufs als MATLAB-movie.
Parameter:
 mdat1,mdat2....3D-Matrizen der zu vergleichenden Daten
 type....Angabe der Beobachtungsachse ('x','y','z')
 refpos....Angabe der Beobachtungsposition entlang der beiden
 verbleibenden Achsen [bpos,cpos]
 fignr.... Nummer der Figur für die Ausgabe
 name....Name der Ergebnisvariable
Beispiel: m2 = movieplot(press3d prim,press3d secnd,'x',[0 0]);

#### Postprocessing: movieslice.m

```
Syntax: [name] = movieslice(mdat,xs,ys,zs,name,fignr,varargin)
Funktion: Erzeugt Schnittflächen durch den 3D-Datensatz. Wurde
    der Schalldruck zu mehreren Zeitpunkten berechnet, erfolgt
    die Darstellung des zeitlichen Verlaufs als MATLAB-movie.
Parameter:
    mdat....3D-Matrix der darzustellenden Daten
    xs,ys,zs...Angabe der Positionen der Schnittflächen
    name....Beschriftung der Darstellung
    fignr.... Nummer der Figur für die Ausgabe.
    varargin...optionale Angabe der Farbachse [cmin,cmax] und
    des Darstellungswinkels [azimuth,elevation]
    name....Name der Ergebnisvariable
Beispiel:
m2 = movieslice(press3d_prim,[1][0][0],'Schnitt',1,[20,45]);
```

#### Zusatzfunktion: save\_movie.m

```
Syntax: savemovie(moviedata,moviename)
Funktion: Speichert die mit den Funktionen movie3d, movieisosurf,
    movieplot, movieslice erzeugten movies im *.avi Format ab.
    Dateiname und Speicherort sind über ein Menüfenster wählbar.
Parameter:
    moviedata....Zu speichernde Moviedaten
    moviename....Dateiname
```

Beispiel: savemovie(m2,'Schnittflaechen');

#### Solver: synchronisation.m

```
Syntax: [tsync] = synchronisation(yweight,hfilter)
Funktion: Ermittlung einer Synchronisationszeit zur zeitlichen
Übereinstimmung von Primär- und Sekundärschallfeld. Muss vor
Abarbeitung der Funktionen measure_error, measure_time und
measure_visual ausgeführt werden.
```

Parameter:

```
yweight,hfilter....vorberechnete Lautsprechergewichte
tsync....Synchronisationszeit
```

# Inhaltsverzeichnis der CD-ROM

🚞 cd-rom	
🚊 💼 Diplomarbeit	Dokumentation zur Diplomarbeit
<b>(</b> pdf	*.pdf-Version der Diplomarbeit
Präsentation	Power Point Vortragsfolien
🚊 🚞 Hardware	Beschreibung der Hardwareelemente
🛅 Datenblätter	Lautsprecher, Prototyp, Messmikrofon
🦾 🧰 Messdaten	Messprotokoll, Audio Precission Messdaten
🚊 🚞 Software	Programmierte Softwareteile
🖻 🧰 Matlab	Matlab Codes
🕀 🧰 Druckdaten	berechnete Schallfeldsimulationen
- 🔂 Movies	Filme simulierter Schallfelder
🦾 🧰 Simulation	Simulationsprogramm in Matlab (v1.0)
🖻 👜 Pd	Real-Time-Software
🖻 🧰 Code	Programmcode (v1.0)
🏪 🧰 Doku	Dokumentation

In den jeweiligen Unterverzeichnissen stehen zusätzliche readme.txt-Dateien mit Informationen zu Inhalt und Gebrauch der einzelnen Dateien zur Verfügung.

# Literaturverzeichnis

- [1] Arons B.: "A review of the cocktail party effect". Journal of the American Voice I/O Society, 1992, 12:35-50. [http://xenia.media.mit.edu/~barons/cocktail.html]
- [2] Behensky M. et. al.: "Multimedia Interface Design". ed. Blattner M. M., Dannenberg R. B., *ACM Press Frontier Series*, 1992.
- [3] Berkhout A.J.: "Seismic Migration: imaging of acoustics energy by wave field extrapolation. A: Theoretical Aspects". Elsevier, Amsterdam, Niederlande, 1982.
- [4] Berkhout A.J.: "A Holographic Approach to Acoustic Control". J. Audio Eng. Soc., Vol. 36, No. 12, p. 977, 1988.
- [5] Berkhout A.J., de Vries D., Vogel P.: "Acoustic control by wave field synthesis". J. Acoust. Soc. Am., Vol. 93, No. 5, p.2764,1993
- [6] Blauert J.: "Spatial Hearing". MIT Press, Cambridge, USA, 1997.
- [7] Bleistein N.: "Mathematical Methods for Wave Phenomena". Acad. Press, New York, USA, 1984.
- [8] Boone M. M., de Bruijn W. P. J.: "On the Applicability of Distributed Mode Loudspeaker Panels for Wave Field Synthesis-Based Sound Reproduction". pp. 5165, presented at the 108<sup>th</sup> AES Convention, Paris, France, 2000.
- [9] Boone M. M.: "Virtual Reality by Sound Reproduction Based on Wave Field Synthesis". pp. 4145, presented at the 100<sup>th</sup> AES Convention, Copenhagen, Denmark, 1996.
- [10] Boone M. M, de Bruijn W., Horbach U.: "Virtual Surround Speaker with Wave Field Synthesis". pp. 4928, presented at the 106<sup>th</sup> AES Convention, Munich, Germany, 1999.
- [11] de Bruijn W., Boone M. M., de Vries D.: "Sound Localisation in a Videoconferencing System based on Wave Field Synthesis". pp. 5144, presented at the 108<sup>th</sup> AES Convention, Paris, France, 2000.
- [12] de Bruijn, W., Boone M. M.: "Subjective experiments on the effects of combining spatialized audio and 2D video projection in audio-visual systems". pp. 5582, presented at the 112<sup>th</sup> AES Convention, Munich, Germany, 2002.
- [13] Cohen J.: "Auditory Display: Sonification, audification and auditory interfaces". Proceedings of ICAD 92: 1st International Conference on Auditory Display, ed. Gregory Kramer, Addison-Wesley, 1994.
- [14] Cohen M., Wenzel E. M.: "The design of multidimensional sound Interfaces". *Technical Report 95-1-004 Human Interface Laboratory*, The University of Aizo, Japan, 1995.

- [15] Copley L. D., Cox T. J., Avis M. R.: "Distributed Mode Loudspeaker Arrays". pp. 5610, presented at the 112<sup>th</sup> AES Convention, Munich, Germany, 2002.
- [16] Gabor D.: "HOLOGRAPHY, 1948-1971". Nobel Lecture, Imperial Colleges of Science and Technology, London, United Kingdom, 1971. [http://www.nobel.se/physics/laureates/1971/gabor-lecture.pdf]
- [17] Gerzon M. A.: "General Metatheory of Auditory Localisation". pp. 3306, presented at the 92<sup>nd</sup> AES Convention, Vienna, Austria, 1992.
- [18] Gerzon M. A.: "Ambisonic Decoders for HDTV". pp. 3345, presented at the 92<sup>nd</sup> AES Convention, Vienna, Austria, 1992.
- [19] Hadar O., Boreman G. D.: "Oversampling requirements for pixelated-imager systems". *Optical Engineering*, Vol. 38, No. 5, May 1999.
- [20] Heil C., Urban M.: "Sound Fields Radiated by Multiple Source Arrays". pp. 3269, presented at the 92<sup>nd</sup> AES Convention, Vienna, Austria, 1992.
- [21] Horbach U., Boone M. M.: "Future Transmission and Rendering Formats for Multichannel Sound". Proceedings of the 16th AES Conference, Rovaniemi, Finland, 1999.
- [22] Horbach U., Karamustafaoglu A., Boone M. M.: "Practical Implementation of a Databased Wave Field Reproduction System". pp. 5098, presented at the 108<sup>th</sup> AES Convention, Paris, France, 2000.
- [23] Horbach U., Karamustafaoglu A., Rabenstein R., Runze G., Steffen P.: "Numerical Simulation of Wave Fields Created by Loudspeaker Arrays". pp. 5021, presented at the 107<sup>th</sup> AES Convention, New York, USA, 1999.
- [24] Hulsebos E., de Vries D.: "Parametrization and reproduction of concert hall acoustics measured with a cicular microphone array". pp. 5579, presented at the 112<sup>th</sup> AES Convention, Munich, Germany, 2002.
- [25] ICAD, International Community for Auditory Display. [http://www.icad.org]
- [26] "IEM-Services for PD". Institut für Elektronische Musik und Akustik, Universität für Musik und darstellende Kunst, Graz, Austria. [http://pd.iem.at]
- [27] Jansen G.: "Focused wavefields and moving virtual sources by wave field synthesis". Master's Thesis, TU-Delft, Niederlande, 1997.
- [28] Kyriakakis C.: "Fundamental and Technological Limitations of Immersive Audio Systems". *Proceedings of the IEEE*, Vol.86, No. 5, 1998.
- [29] Lynch J. F., Stokes, R. H.: "Frequency dependent refocusing in phase shift beamforming systems". J. Acoust. Soc. Am., Vol. 70, No. 3, p.749, 1981.
- [30] Meyer D. G.: "Computer Simulation of Loudspeaker Directivity". J. Audio Eng. Soc., Vol. 32, No. 5, p.294, 1984.

Institut für Elektronische Musik und Akustik

- [31] Miller P., "Pd: real-time music and multimedia environment". [http://www.crca.ucsd.edu/~msp/]
- [32] Mynatt E. D., Back M., Want R.: "Designing Audio Aura". *Proceedings of the ACM Conference of Computer Human Interactions*, p. 566-573, Los Angeles, USA, 1998.
- [33] Nicol R., Emerit M.: "Reproducing 3D-Sound for Videoconferencing: a Comparison between Holophony and Ambisonic". *Proceedings of the COST-G6 Workshop on Digital Audio Effects (DAFX98)*, Barcelona, Spain, 1998.
- [34] Pommert A., Bomans M., Höhne K.H: "Volume Visualization in Magnetic Resonance Angiography". *IEEE Computer Graphics Applications*. 12 (5), p. 12-13, September 1992.
- [35] Pulkki V.: "Virtual Sound Source Positioning using Vector Base Amplitude Panning". J. Audio Eng. Soc., Vol. 45, No. 6, p. 456, 1997.
- [36] Pulkki, V.: "Localization of Amplitude-Panned Virtual Sources II: Two- and Three-Dimensional Panning". J. Audio Eng. Soc., Vol. 49, No. 9, p. 753, 2001.
- [37] Pulkki, V., Lokki T.: "Creating Auditory Displays with Multiple Loudspeakers Using VBAP: A Case Study with DIVA Project". *Proceedings of ICAD 98: 5th International Conference on Auditory Display*, Glasgow, UK, 1998.
- [38] Pulkki, V., Karjalainen M.: "Localization of Amplitude-Panned Virtual Sources I: Stereophonic Panning". J. Audio Eng. Soc., Vol. 49, No. 9, p. 739, 2001.
- [39] SIGCHI, Special Interest Group on Computer-Human Interaction. [http://www.acm.org/sigchi/]
- [40] Sonke J. J.: "Variable acoustics by wave field synthesis". Thesis, TU-Delft, Niederlande, 2000.
- [41] Sonke J. J., de Vries D., Labeeuw J.: "Variable acoustics by wave field synthesis: a closer look at amplitude effects". pp. 4712, presented at the 104<sup>th</sup> AES Convention, Amsterdam, 1998.
- [42] Sontacchi A., Höldrich R.: "Enhanced 3D Sound Field Synthesis and Reproduction by Compensating Interferring Reflections". Proceedings of the COST G-6 Conference on Digital Audio Effects (DAFX-00), Verona, Italy, 2000.
- [43] Sontacchi A., Höldrich R.: "Further Investigations on 3D Sound Fields using Distance Coding". Proceedings of the COST G-6 Conference on Digital Audio Effects (DAFX-01), Limerick, Ireland, 2001.
- [44] Start E. W.: "Application of Curved Arrays in Wave Field Synthesis". pp. 4143, presented at the 100<sup>th</sup> AES Convention, Copenhagen, Denmark, 1996.
- [45] Start E. W.: "Direct sound enhancement by wave field synthesis". Thesis, TU-Delft, Niederlande, 1997.

- [46] Start E. W., Roovers M. S., de Vries D.: "In Situ Measurements on a Wave Field Synthesis System for Sound Enhancement". pp. 4454, presented at the 102<sup>th</sup> AES Convention, Munich, Germany, 1997.
- [47] Start E. W., Valstar V. G., de Vries D.: "Application of Spatial Bandwith Reduction in Wave Field Synthesis". pp. 3972, presented at the 98<sup>th</sup> AES Convention, Paris, France, 1995.
- [48] Verheijen E.: "Sound Field Reproduction by Wave Field Synthesis". Thesis, TU-Delft, Netherlands, 1997.
- [49] Verheijen E., van Tol P., Boone M. M.: "Evaluation of Loudspeaker Arrays for Wave Field Synthesis in Audio Reproduction". pp. 3974, presented at the 98<sup>th</sup> AES Convention, Paris, France, 1995.
- [50] Vogel P.: "Application of wave field synthesis in room acoustics". Thesis, TU-Delft, Netherlands, 1993.
- [51] de Vries D.: "Sound Reinforcement by Wave Field Synthesis: Adaption of the Synthesis Operator to the Loudspeaker Directivity Characteristics". J. Audio Eng. Soc., Vol. 44, No. 12, p. 1120, 1996.
- [52] de Vries D., Berkhout A. J.: "Wave theoretical approach to acoustic focusing". J. Acoust. Soc. Am., Vol. 70, No. 3, p.740, 1981.
- [53] de Vries D., Start E. W., Valstar V. G.: "The Wave Field Synthesis Concept Applied to Sound Reinforcement: Restrictions and Solutions". pp. 3812, presented at the 96<sup>th</sup> AES Convention, Amsterdam, Netherlands, 1994.
- [54] de Vries D., Baan J., Sonke J. J.: "Multi Channel Wave Field Analysis as a Specification Tool For Wave Field Synthesis". pp. 4453, presented at the 102<sup>th</sup> AES Convention, Munich, Germany, 1997.
- [55] de Vries D., Baan J.: "Auralization of Sound Fields by Wave Field Synthesis". pp. 4927, presented at the 106<sup>th</sup> AES Convention, Munich, Germany, 1999.
- [56] van der Wal M., Start E. W., de Vries D.: "Design of Logarithmically Spaced Constant-Directivity Transducer Arrays". *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 44, No. 6, p. 497, 1996.
- [57] Ziomek L. J.: "Fundamentals of Acoustic Field Theory and Space-Time Signal Processing". CRC Press Inc., Monterey, California, USA, 1995